A 2024. évi Mikola Verseny 2. fordulójának megoldásai:

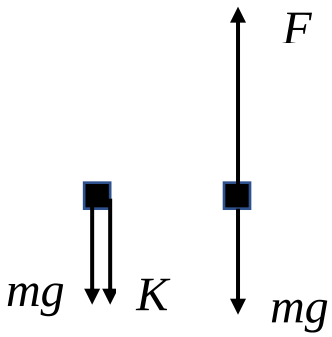
I. kategória, 9. gimnázium

1)

Megoldás:

A fonál csak húzni tud, vagyis a (nullától különböző) kényszererő a pálya legalsó pontján függőlegesen felfelé, a legfelsőn pedig lefelé mutat.

Legyen a test tömege m, a test sebessége a hurok alján v, a tetején u. Legyen továbbá a kényszererő nagysága alul F, felül K.



Az egyensúlyi helyzetben lévő test a fonalat mg erővel húzza felfelé, tehát $K = mg$.

A két helyzet dinamikai leírásához alkalmazzuk a mozgásegyenletet. Az erőket az ábra mutatja. Mivel a testre ható mindkét erő, a nehézségi és a kényszererő is függőleges irányú, ezért a testnek csak centripetális gyorsulása van.

$$K + mg = m\frac{u^2}{R}, \quad \text{vagyis} \qquad K = mg \quad \text{miatt} \quad u^2 = 2gR.$$

Illetve $\qquad F - mg = m\frac{v^2}{R}, \quad$ azaz $\quad F = m\frac{v^2}{R} + mg.$

Mivel csak konzervatív erők hatnak, ezért a test mechanikai energiája állandó. A mechanikai energia esetünkben helyzeti és mozgási energia lehet. Tehát a lefelé haladó test helyzeti energiájának csökkenése megegyezik a közben bekövetkező mozgási energia növekedéssel, vagyis

$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mu^2 = 2mgR, \qquad v^2 = 4gR + u^2 = 6gR.$$

Ezzel

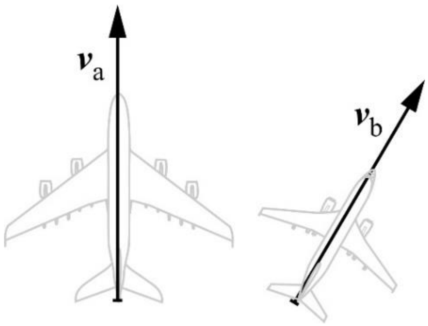
$$F = 6mg + mg = 7mg.$$

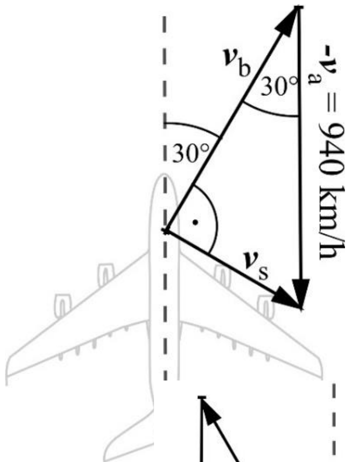
Tehát a test súlya alul **hétszer** akkora, mint felül.

2)

Megoldás:

A repülőgépek földhöz viszonyított sebességvektorainak irányát a törzsük állása jelzi. Az Airbus sebességvektora $\boldsymbol{v}_a$, a Boeingé $\boldsymbol{v}_b$.
A látszólagos sodródás sebességvektora $\boldsymbol{v}_s$.
A látszólagos sodródás sebességvektora a Boeing Airbushoz viszonyított sebessége, amit úgy kaphatunk meg, hogy a Boeing sebességvektorához hozzáadjuk az Airbus sebességvektorának ellentettjét.
A feladat alapján a következő vektorábrát készíthetjük:
A fél szabályos háromszögre vonatkozó ismereteink alapján



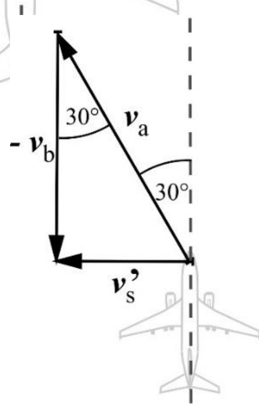


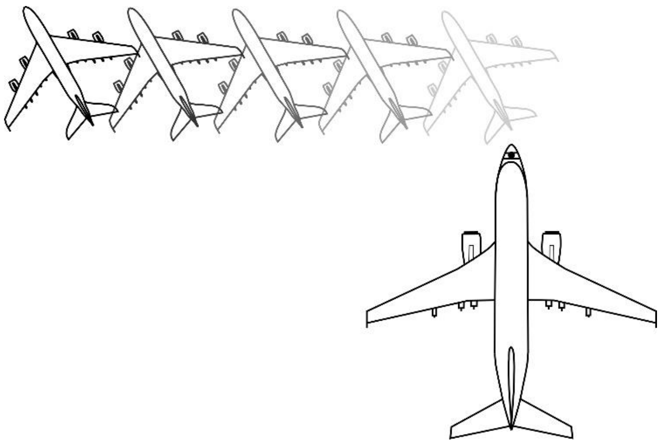
a) $v_b = \frac{\sqrt{3}}{2} v_a = \mathbf{814\ km/h}$.

b) $v_s = \frac{1}{2} v_a = \mathbf{470\ km/h}$.

c)

A Boeing pilótája úgy látja, hogy az Airbus törzse balra 30°-os szöget zár be a menetiránnyal.
A Boeinghez képest az Airbus látszólagos sodródásának $\boldsymbol{v}_s$' sebességét úgy kaphatjuk meg, hogy az Airbus földhöz viszonyított sebességéhez hozzáadjuk a Boeing sebességének mínusz egyszeresét. Ismét egy fél szabályos háromszöget kapunk, amiből leolvashatjuk, hogy az Airbust a Boeing pilótája a saját **menetirányára merőlegesen látja sodródni**, a sodródás sebessége itt is **470 km/h**. (Ez a két gép egymáshoz viszonyított sebessége.)

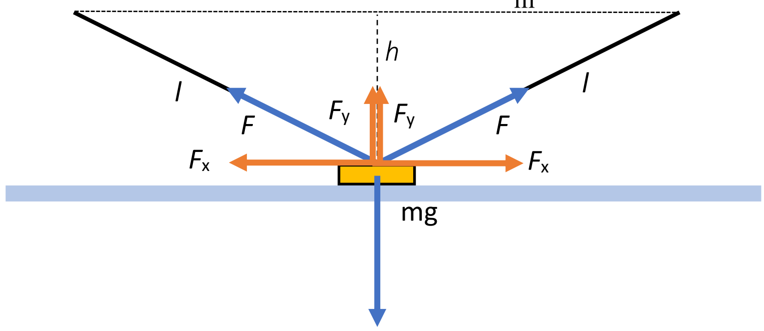




3)

Megoldás:

Adatok: $m = 0{,}2\ \text{kg}$, $h = l_0 = 0{,}2\ \text{m}$, $D = 10\,\frac{\text{N}}{\text{m}}$, $\mu = 0{,}5$.



a) A megemelkedés pillanatában a talaj nem hat a hasábra. A gumiszálak által kifejtett erők vízszintes komponensei egymást, a függőlegesek pedig a nehézségi erőt egyenlítik ki:

$$2F_y = mg$$

Hasonlóság miatt:

$$\frac{F}{l} = \frac{F_y}{h}.$$

A gumiszálak által kifejtett erő: $F = D(l - h)$.

Behelyettesítés és átalakítás után:

$$2D(l-h)\frac{h}{l} = mg,$$

$$l = \frac{h}{1 - \frac{mg}{2Dh}} = \mathbf{0,4\ m}.$$

b) Az egyik gumiszál elengedésének pillanatában a talaj függőlegesen felfelé $F_y = \frac{mg}{2}$ erőt fejt ki a hasábra, ezért a súrlódási erő $F_s = \frac{\mu mg}{2} = \frac{mg}{4}$ nagyságú lesz. A gumiszál által kifejtett erő vízszintes komponense:

$$F_x = \sqrt{F^2 - F_y^2} = \sqrt{\left(2F_y\right)^2 - F_y^2} = \sqrt{3}F_y = \frac{\sqrt{3}}{2}mg.$$

A hasáb gyorsulása: $a = \frac{F_x - F_s}{m} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}mg - \frac{mg}{4}}{m} = \frac{g}{4}\left(2\sqrt{3} - 1\right) = \mathbf{6,16\ \frac{m}{s^2}}.$

4)

Megoldás:

a)
Legyen a megállásig megtett út x_{max}! A munkatételből:

$$0 = W_s + mgx_{\max}.$$

A súrlódási erő, x függvényében változó erő: $F_s = \mu(x)mg = cmgx$. Munkájának abszolút értékét a grafikon alatti terület kiszámításával határozhatjuk meg:

$$|W_s| = \frac{1}{2}cmgx_{\max}^2,$$

$$0 = -\frac{1}{2}cmgx_{\max}^2 + mgx_{\max}.$$

A megállásig megtett maximális út: $x_{\max} = \frac{2}{c} = \mathbf{0{,}4}$ **m**.

b)
Legyen egy tetszőleges x elmozdulásnál a testek gyorsulása a, a fonálban ébredő erő K! A dinamika alapegyenleteit a pontrendszer tagjaira felírva:

$$ma = K - \mu(x)mg,$$
$$ma = mg - K.$$

Ezekből:

$$a = \frac{1}{2}(1 - cx)g.$$

A sebesség olyan x_0 elmozdulás esetén lesz maximális, amikor a gyorsulás zérus, azaz

$$x_0 = \frac{1}{c} = 0{,}2 \text{ m}.$$

A munkatétel alapján:

$$2 \cdot \frac{1}{2}mv_{\max}^2 = -\frac{1}{2}cmgx_0^2 + mgx_0.$$

A keresett maximális sebesség: $v_{\max} = \sqrt{-\frac{1}{2}cgx_0^2 + gx_0} = \mathbf{1}\ \mathbf{\frac{m}{s}}$.

c)
A függőlegesen mozgó test mozgásegyenletéből a fonálerőt kifejezve:

$$K = m(g - a) = m\left[g - \frac{g}{2}\left(1 - \mu(x)\right)\right],$$

$$K = \frac{1}{2}(1 + cx) \cdot mg.$$

A fonálerő a megállás pillanatában a legnagyobb: $K_{\max} = \frac{1}{2}(1 + c \cdot x_{\max}) \cdot mg$,

$$K_{\max} = \frac{3}{2}mg = \mathbf{4{,}5}\ \mathbf{N}.$$

II. kategória, 10. gimnázium

1)

Megoldás:

Adatok: a $2m$ tömegű test kezdősebessége: $v_0 = 2{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$; a $2m$ tömegű test által megtett út az indulástól a fonál megfeszüléséig: s = 1,2 m – 0,4 m = 0,8 m; a csúszása közben eltelt idő: t_1 = 0,4 s. Jelöljük az m tömegű test sebességét a kötél megfeszülésének pillanatában v_1-gyel, a kötél meglazulásának pillanatában pedig u_1-gyel (v_1 = 0 m/s). Hasonlóan legyenek ezek a $2m$ tömegű test esetén v_2 és u_2!

a)
A gyorsulás a $2m$ tömegű test mozgására felírt négyzetes úttörvényből határozható meg, amiből a gyorsulás kifejezett alakja:

$$a = \frac{2\cdot(s - v_0\cdot t_1)}{t_1^2} = \frac{2\cdot\left(0{,}8\ \mathrm{m} - 2{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\cdot 0{,}4\ \mathrm{s}\right)}{(0{,}4\ \mathrm{s})^2} = -2{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

A csúszási súrlódási együttható: $\mu = \frac{|a|}{g} = \mathbf{0{,}25}$.

b)
A $2m$ tömegű test sebessége a kötél megfeszülésekor: $v_2 = v_0 + a\cdot t = 1{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.
A kötél megfeszülése egy tökéletesen rugalmas ütközésnek felel meg, így a lendület- és a mozgási energia megmaradása is felírható:

$$2m\cdot v_2 = m\cdot u_1 + 2m\cdot u_2 \quad \text{és} \quad \frac{1}{2}\cdot 2m\cdot v_2^2 = \frac{1}{2}\cdot m\cdot u_1^2 + \frac{1}{2}\cdot 2m\cdot u_2^2$$

Ezekből: $3\cdot u_2^2 - 4\cdot v_2\cdot u_2 + v_2^2 = 0$, amiből v_2 behelyettesítése után kapjuk, hogy $3\cdot u_2^2 - 6\cdot u_2 + 2{,}25 = 0$.
Ebből a nagyobb tömegű test sebessége a kötél meglazulásának pillanatában: $\boldsymbol{u_2 = 0{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$ (a másik gyök $1{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ lenne, ami a kötél figyelmen kívül hagyását jelentené).
A kisebb tömegű test sebessége a kötél meglazulásának pillanatában a fenti egyenletrendszerből: $\boldsymbol{u_1 = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$. Tehát a két test azonos irányban mozog, így a kisebb tömegű test sebessége a nagyobbhoz képest: $\boldsymbol{u_{\mathrm{rel}} = 1{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$ **(fordítva:** $\boldsymbol{-1{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}$**).**

c)
A nagyobbik test 0,2 s alatt áll meg, miközben 5 cm utat tesz meg. A kisebbik 0,8 s alatt áll meg, és közben 80 cm-t mozdul el. A fonál megrántása után 120 cm-re voltak egymástól, tehát a mozgás végén **45 cm**-re lesznek.

2)

Megoldás:

Adatok: $T_1 = 1{,}69$ s, $\alpha_1 = 45°$, $\alpha_2 = 30°$, $m = 0{,}01$ kg.

a) Az ingatest mozgásának dinamikai vizsgálata: $\sum F = m \cdot a$.

$$\text{x: } K \cdot \sin\alpha = m\omega^2 l \sin\alpha;\ \text{y: } K \cdot \cos\alpha = mg.$$

A két egyenlet felhasználásával adódik: $T = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l \cdot \cos\alpha}{g}}$.

A fonálinga hossza: $l = \left(\frac{T_1}{2\pi}\right)^2 \cdot \frac{g}{\cos\alpha} \approx \mathbf{1\ m}$.

b) A fenti összefüggést használva: $T_2 = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{l \cdot \cos\alpha_2}{g}} = \mathbf{1{,}85\ s}$.

c) Számoljuk ki a két periódsuidőhöz tartozó kerületi sebességet:

$$v_1 = \frac{2R\pi}{T_1} = \frac{2 \cdot l\sin\alpha_1 \cdot \pi}{T_1} = 2{,}63\ \frac{\text{m}}{\text{s}},\ v_2 = \frac{2R\pi}{T_2} = \frac{2 \cdot l\sin\alpha_2 \cdot \pi}{T_2} = 1{,}7\ \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Az ingatestre alkalmazzuk a munkatételt:

$$\sum W = \Delta E_{\text{mozg.}},$$

$$W_{\text{köz.}} + W_{\text{neh.}} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2,$$

$$W_{\text{köz.}} = \frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_1^2 - mgl(\cos 30^\circ - \sin 45^\circ).$$

Innen behelyettesítéssel kapjuk a végeredményt. A kihívást kedvelők meg dolgozhatnak tovább paraméteresen.

$$W_{\text{köz.}} = \frac{1}{2}m\left(\left(\frac{2\pi\frac{l}{2}}{T_2}\right)^2 - \left(\frac{2\pi\frac{l}{\sqrt{2}}}{T_1}\right)^2\right) - mgl\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2},$$

$$W_{\text{köz.}} = \frac{1}{2}m\left(\left(\frac{2\pi\frac{l}{2}}{2\pi\sqrt{\frac{\sqrt{3}l}{2g}}}\right)^2 - \left(\frac{2\pi\frac{l}{\sqrt{2}}}{2\pi\sqrt{\frac{l}{\sqrt{2}g}}}\right)^2\right) - mgl\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{2}.$$

A közegellenállás munkája:

$$W = -mgl\frac{2\sqrt{3} - 2\sqrt{2} + \sqrt{2} - \frac{\sqrt{3}}{3}}{4} = -mgl\frac{5\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}{12} = -36{,}8\ \text{mJ}.$$

A közegellenállási erő ingatesten végzett munkája **-36,8 mJ**.

3)

Megoldás:

Adatok: a légnyomás $p_0 = 76$ Hgcm, h = 38 cm.

a)
Mérjük a nyomásokat Hgcm-ben, a távolságokat cm-ben! A külső légnyomás $p_0 = 76$ Hgcm, a bezárt levegő nyomása $p_1 = 1{,}5p_0$. Legyen a gáz kezdeti térfogata $V_1 = V_0$, kezdeti hőmérséklete T_1! A higany átfolyása után a levegő nyomása $p_2 = 2p_0$ lesz, térfogata pedig $V_2 = 2V_0$. Legyen ekkor a levegő hőmérséklete T_2! Az egyesített gáztörvényből:

$$\frac{1{,}5p_0V_0}{T_1} = \frac{2p_0 \cdot 2V_0}{T_2}.$$

A hőmérsékletek aránya:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{\mathbf{8}}{\mathbf{3}}.$$

b)
Legyen a kérdéses helyzetben dugattyú elmozdulása x! Legyen a dugattyú keresztmetszete A, a vékonyabb, felső hengerben legyen az átfolyt higanyoszlop magassága y! A higany összenyomhatatlansága miatt:

$$x \cdot A = y \cdot \frac{A}{2}, \qquad y = 2x.$$

A levegő állapotjelzői ebben az állapotban:

$$p_x = p_0 + (h - x) + y = (3h + x) \text{ Hgcm},$$

$$V_x = (h + x)A \text{ cm}^3,$$

$$T_x = 2T_1.$$

Az egyesített gáztörvényből:

$$\frac{\frac{3}{2} \cdot 2h \cdot hA}{T_1} = \frac{(3h + x) \cdot (h + x)A}{2T_1}.$$

Ebből:

$$x^2 + 4hx - 3h^2 = 0.$$

A dugattyú elmozdulása:

$$x = \left(\sqrt{7} - 2\right)h \text{ cm} \approx \mathbf{24{,}5\ cm}.$$

4)

Megoldás:

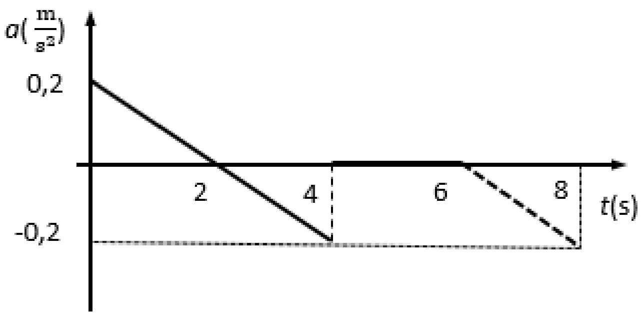
a)
A dinamika alapegyenlete a pálcával párhuzamosan:

$$(E_0 - c \cdot t) \cdot Q - \mu mg = ma.$$

A behelyettesítést elvégezve:

$$0{,}2 - 0{,}1 \cdot t = a.$$

Az előző kapcsolat a 0 – 4s időintervallumban érvényes. A 4. másodperc végén megáll a test, és nyugalomban marad mindaddig, amíg az elektromos erő egyenlővé válik a tapadási erő maximális értékével, ami a 6. másodperc végén következik be.



Indoklás:
A t = 2s időpillanatban a gyorsulás előjelet vált, tehát a test a továbbiakban lassul. A nyert sebességet a grafikon alatti területek alapján ugyanannyi idő alatt veszti el, mint amennyi idő alatt nyerte, tehát a megállás időpillanata a 4. másodperc vége. A továbbiakban az elektromos erő egy darabig kisebb, mint a tapadási súrlódási erő maximális értéke, így a test nem tud elmozdulni, ennek az időtartama Δt. Mivel éppen most vált a térerősség zérussá, Δt a lent látható módon is számolható.

Az indulás pillanata (visszafelé):

$$(E_0 - c \cdot \Delta t) \cdot Q = \mu_0 mg,$$

$$\Delta t = \frac{E_0 Q - \mu_0 mg}{cQ},$$

$$\Delta t = 2\text{s},$$

$$t = 4\text{s} + 2\text{s} = 6\text{s}.$$

b)
A sebesség maximális, amikor az erők eredője (a gyorsulás) először zérus értékre csökken (azaz előjelet vált):

$$(E_0 - c \cdot t) \cdot Q = \mu m g,$$

$$t = \frac{E_0 Q - \mu m g}{cQ},$$

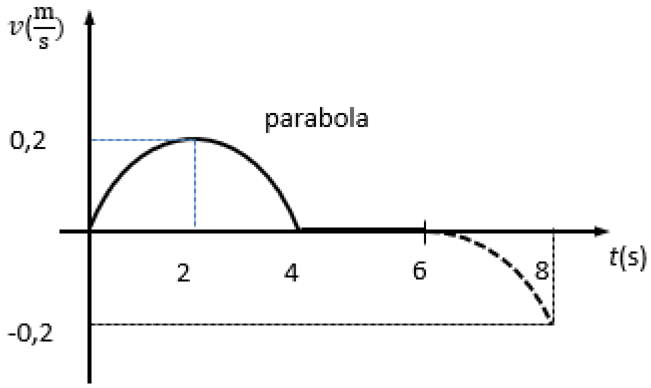
$$t = 2\text{s}.$$

A maximális sebesség az $a(t)$ grafikon alatti területből határozható meg:

$$v_{\text{max.}} = \frac{0{,}2\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 0}{2} \cdot 2\text{ s},$$

$$v_{\text{max.}} = \mathbf{0{,}2\,\frac{m}{s}}.$$

c)
A grafikon első részének három pontja ismert, és az alakra a mozgás jellegéből következtethetünk. Először a gyorsulás nagy, így a $v(t)$ grafikon gyorsan emelkedik, majd a gyorsulás kicsi, tehát a $v(t)$ grafikon egyre lassabban emelkedik, és így tovább. Az első rész megnevezése, pontos felismerése nem elvárás. Az alak analógia alapján is kitalálható (egyenletesen változó mozgásnál $v(t)$, $s(t)$ grafikonokat felidézve). A következő 2 másodpercben a test áll, mivel az elektromos erő kisebb, mint a tapadási erő maximuma.



III. kategória,

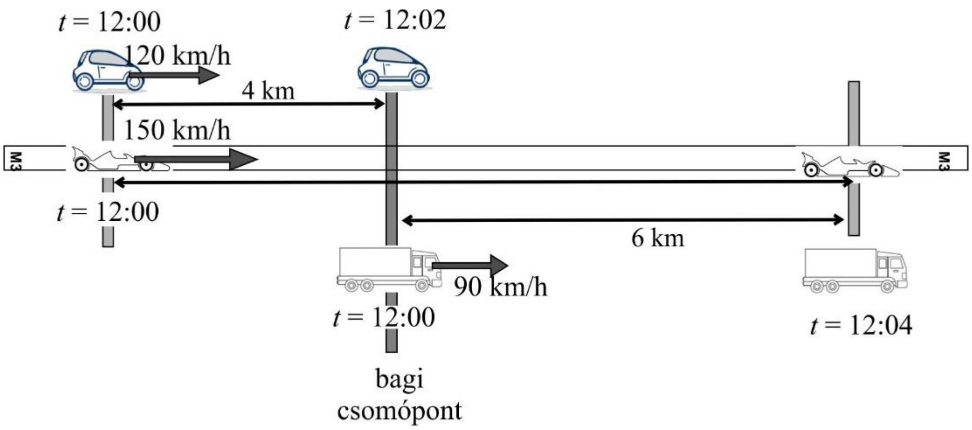
akik ebben a tanévben kezdték tanulni a fizikát technikumban

1)

Megoldás:

Adatok: $v_{\mathrm{szgk}} = 120\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 2\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{perc}}$, $v_{\mathrm{k}} = 90\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 1{,}5\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{perc}}$, $t_{\mathrm{szgk}} = 2$ perc, $t_{\mathrm{k}} = 4$ perc.

a)



A sportautó 4 perc alatt megtett összes útját a másik két jármű adatai alapján számolhatjuk. Ez $2\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{perc}} \cdot 2\ \mathrm{perc} + 1{,}5\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{perc}} \cdot 4\ \mathrm{perc} = 10$ km-nek adódik.

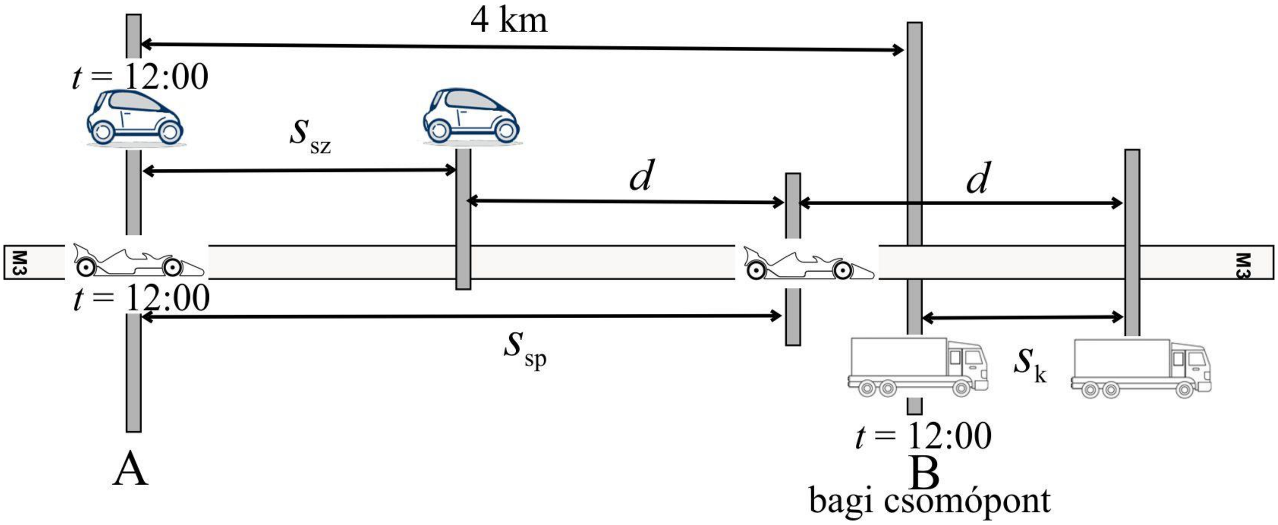
Így a sebessége:

$$v_{\mathrm{sp}} = \frac{10\ \mathrm{km}}{4\ \mathrm{perc}} = 2{,}5\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{perc}} = \mathbf{150}\ \frac{\mathbf{km}}{\mathbf{h}}.$$

b)

A személygépkocsi vonatkoztatási rendszeréből a személygépkocsi percenként 0,5 km-rel közelíti meg a kamiont. Éjfélkor 4 km-re volt tőle, tehát **8 perc** alatt érte utol.

Ennyi idő alatt a sportautó az éjféli kezdőpillanattól $2{,}5\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{perc}} \cdot 8\ \mathrm{perc} = 20$ km-t tett meg. A személygépkocsi $2\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{perc}} \cdot 8\ \mathrm{perc} = 16$ km-t, így a sportautó **4 km**-re volt tőlük.



c)
Jelölje az ábrán A a kezdő pillanat helyét, a szaggatott vonalas téglalapok pedig a járművek kezdőhelyzetét. B a bagi csomópont helye. Az ábráról láthatjuk, hogy az SP-vel jelölt sportautó *d* távolságát kétfajta módon is felírhatjuk a geometriai viszonyok alapján.

$$d = s_{\mathrm{SP}} - s_{\mathrm{sz}} = L + s_{\mathrm{k}} - s_{\mathrm{SP}}.$$

Jelölje *T* azt az időpontot, amikor a sportautó egyenlő távolságra van a másik két járműtől.
Helyettesítsük be az utak hosszát a $v \cdot T$ szorzatokkal!

$$2{,}5\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{perc}} \cdot T - 2\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{perc}} \cdot T = 4\ \mathrm{km} + 1{,}5\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{perc}} \cdot T - 2{,}5\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{perc}} \cdot T$$

Ennek a megoldása $T = \frac{8}{3}$ perc. A sportautó tehát éjfél után **2 perc 40 másodperc**cel volt egyenlő távolságra a másik két járműtől.

2)

Megoldás:

Adatok: $v_0 = 15\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $v = 7{,}5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

a)

A vizsgált időintervallumban a test $\Delta t = \frac{v}{g} = 0{,}75\ \mathrm{s}$ ideig emelkedik, majd ugyanennyi ideig esik. Az összesen megtett út: $\Delta s = 2 \cdot \frac{g}{2} \cdot \Delta t^2 = \mathbf{5{,}625\ m}$.

b)

A közben eltelt idő: $2 \cdot \Delta t = \mathbf{1{,}5\ s}$.

3)

Megoldás:

Adatok: m = 8 kg, a = 2 m/s^2, $\mu_0 = 0{,}3$.

a)

A bőröndre három erő hat, ezek eredője okozza a bőrönd gyorsulását:

$$F + K - mg = ma.$$

A bőröndöt akkor emeli meg András, ha K = 0:

$$F - mg = ma,$$

$$F = mg + ma = m \cdot (g + a) = \mathbf{96\ N}.$$

b)

Amikor András F^* vízszintes erővel akarja a bőröndöt megmozdítani, a dinamika alapegyenlete a függőleges tengely mentén:

$$K - mg = ma,$$

$$K = mg + ma = m \cdot (g + a) = 96\ \text{N}.$$

A vízszintes tengely mentén: $F^* \geq F_{\text{tap.max.}} = \mu_0 \cdot K = \mathbf{28{,}8\ N}$.

4)

Megoldás:

Adatok: m = 1 kg, m_1 = 5 kg, m_2 = 3 kg, s = 0,35 m, t =0,5 s.

a)

$s = \frac{a_1}{2}t^2$, innen a gyorsulás $a_1 = 2{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Fogalmazzuk meg a testekre a mozgásegyenletet:

$$(m_1 + M)g - K_1 = (m_1 + M)a_1,$$

$$K_1 - K_2 - F_s = ma_1,$$

$$K_2 - m_2 g = m_2 a_1.$$

Adjuk össze a három egyenletet:

$$(m_1 + M - m_2)g - F_s = (m_1 + m_2 + m + M)a_1$$

$$(m_1 + M - m_2)g - (m_1 + m_2 + m + M)a_1 = F_s$$

$$F_s = 2\ \mathrm{N}$$

Így a csúszási súrlódási tényező már meghatározható:

$$\mu = \frac{F_s}{mg} = \frac{2\ \mathrm{N}}{10\ \mathrm{N}} = 0{,}2.$$

A csúszási súrlódási tényező **0,2**.

b)

Most helyezzük az M tömegű testet az m tömegűre. Ismét írjuk fel a mozgásegyenleteket, és azt kapjuk, hogy

$$a_2 = \frac{(m_1 - m_2)g - \mu(m + M)g}{m_1 + m_2 + m + M} = 1{,}6\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

Az ütközésig eltelt idő: $t_2 = \sqrt{\frac{2s}{a_2}} = \mathbf{0{,}66\ s}$.

c)

A keresett Δm legkisebb és legnagyobb értékét megkapjuk, ha a tapadási erőnek is a legnagyobb értékét vesszük. A mozgásegyenlet a következő módon alakul. (A két esetet egy egyenletben is tárgyalhatjuk.)

$$(m_2 + \Delta m) \cdot g \pm \mu \cdot (M + m) \cdot g - m_1 \cdot g = 0.$$

Rendezés után:

$$\Delta m = m_1 - m_2 \pm \mu \cdot (M + m) = 2\ \mathrm{kg}\ \pm 0{,}4\ \mathrm{kg}.$$

A keresett Δm tömeg lehetséges értékei:

$$\mathbf{1,6\ kg \leq \Delta \boldsymbol{m} \leq 2,4\ kg}.$$

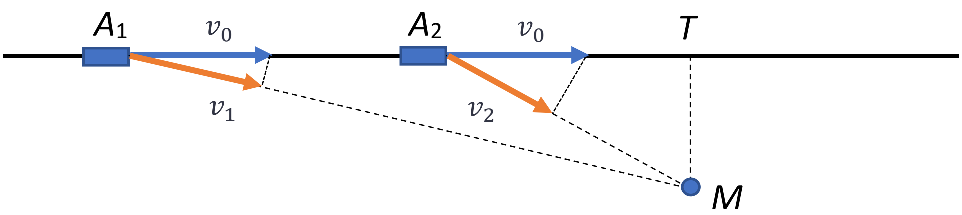
IV. kategória,

akik ebben a tanévben második éve tanulják a fizikát technikumban

1)

Megoldás:

Adatok: $MA_1 = 20\text{ m}, v_1 = 50\text{ km/h}, MA_2 = 10\text{ m}, MT = 5\text{ m}$.



Rajzoljuk meg a jármű két helyzetében sebességvektorának a mérőműszer irányába mutató komponenseit! Az ábrán hasonló derékszögű háromszögeket találunk, ezért

$$\frac{v_1}{v_0} = \frac{TA_1}{MA_1} \qquad \text{és} \qquad \frac{v_2}{v_0} = \frac{TA_2}{MA_2}.$$

a)

Az első egyenletből meghatározhatjuk az autó tényleges sebességét:

$$v_0 = \frac{MA_1}{TA_1} v_1 = \frac{MA_1}{\sqrt{(MA_1)^2 - (MT)^2}} v_1 = \mathbf{51,6\ km/h}.$$

b)

A második egyenletből pedig megkapjuk, hogy mit mutat a sebességmérő 10 méteres távolságnál:

$$v_2 = \frac{TA_2}{MA_2} v_0 = \frac{\sqrt{(MA_2)^2 - (MT)^2}}{MA_2} v_0 = \mathbf{44,7\ km/h}.$$

2)

Megoldás:

Adatok: m = 5 kg, F_1 = 4 N, F_2 = 3N, v_0 = 2 m/s.

a)

A dinamika alapegyenletét alkalmazva: $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$,

$$\frac{\sqrt{F_1^2+F_2^2}}{m} = a,$$

$$a = \mathbf{1}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s^2}}.$$

b)

A test összetett mozgást végez. v_0 irányába egyenes vonalú egyenletes mozgást, rá merőlegesen az eredő irányába egyenletesen változó mozgást.

Az előzőek alapján az elmozdulás:

$$\Delta r_1 = v_0\,\Delta t \text{ és } \Delta r_2 = \frac{a}{2}\,(\Delta t)^2,$$

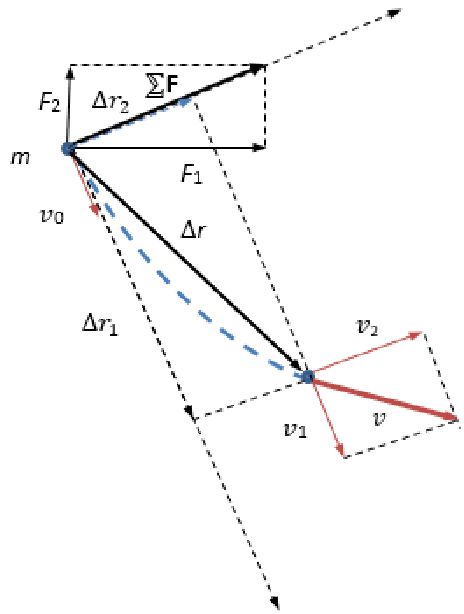
$$\Delta r = \sqrt{(\Delta r_1)^2 + (\Delta r_2)^2},$$

$$\Delta r = 2\sqrt{5}\ \text{m} \approx \mathbf{4,47\ m}.$$

A sebesség az előzőek alapján:

$$v = \sqrt{(v_0)^2 + (a\Delta t)^2} = \sqrt{8}\ \frac{\text{m}}{\text{s}} \approx \mathbf{2,83}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}.$$

Szemléltetve:



3)

Megoldás:

Adatok: h_0 = 0,35 m; r = 0,4 cm (a cső hossza és belső sugara); a kicsöpögött víz térfogata: ΔV= 0,38 cm^3; $p_k = p_1$ = 101 kPa. A bezárt levegőoszlop hossza a kiemelés előtt: $h_1 = h_0 - 10$ cm = 0,25 m.

a)
Jelöljük x-szel a kiemelt csőben megmaradt vízoszlop magasságát!
A feladat szövege alapján feltételezhetjük, hogy a kiemelés során a csőbe zárt levegő hőmérséklete nem változik.

A bezárt levegő új nyomása a kiemelést követően: $p_2 = (p_k - \rho_{víz} \cdot x \cdot g)$.
Mindezt felhasználva, valamint a keresztmetszettel egyszerűsítve, felírhatjuk a Boyle-Mariotte törvényt:

$$p_1 \cdot h_1 = (p_k - \rho_{víz} \cdot x \cdot g) \cdot (h_0 - x)$$

$$101000\ \text{Pa} \cdot 0{,}25\ \text{m} = \left(101000\ \text{Pa} - 1000\ \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10\ \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot x\right) \cdot (0{,}35\ \text{m} - x)$$

$$0 = 10000 \cdot x^2 - 104500 \cdot x + 10100$$

$$0 = x^2 - 10{,}45 \cdot x + 1{,}01$$

Az egyenlet gyökei: $\boldsymbol{x_1}$ **= 0,098 m;** x_2 = 10,352 m (ez utóbbi nem lehet megoldása a feladatnak)

b)
A bezárt levegő kezdeti abszolút hőmérséklete: $T_1 = T_2$ = 293 K.
A vízoszlop magassága a csöpögést (melegítést) követően:

$$x_3 = x_1 - \frac{\Delta V}{r^2\pi} = 0{,}09\ \text{m}.$$

Ekkor a bezárt légoszlop hossza: $h_3 = h_0 - x_3$ = 0,26 m.
A bezárt levegő melegítés előtti és utáni állapotára az egyesített gáztörvény írható fel:

$$\frac{p_2 h_2}{T_2} = \frac{p_3 h_3}{T_3},$$

amiből T_3 = 302 K.
Tehát a csőben lévő levegő hőmérséklete a melegítést követően **29 °C**.

4)
Megoldás:

Adatok: l = 0,1 m, m = 0,008 kg, $q = 10^{-8}$ C, f = 1,5 1/s, r = 0,05 m.

a)

A vízszintes síkban egyenletes körmozgást végző tömegpontra fogalmazzuk meg a dinamika alapegyenletét az y-tengely mentén:

$$\sum F = 0,$$

$$K_y - mg = 0,$$

$$K \cdot \cos\alpha = mg,$$

$$K = \frac{mg}{\cos\alpha} = \mathbf{9{,}24 \cdot 10^{-2}\ N}.$$

b)

Fogalmazzuk meg a dinamika alapegyenletét az x-tengely mentén:

$$\sum F = m \cdot a_{\mathrm{cp}},$$

$$K \cdot sin\alpha - k \cdot \frac{q \cdot Q}{r^2} = m \cdot r \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot f^2.$$

A Q töltés értéke:

$$Q = (K \cdot sin\alpha - m \cdot r \cdot 4 \cdot \pi^2 \cdot f^2) \cdot \frac{r^2}{k \cdot q} = \mathbf{3 \cdot 10^{-7}\ C}.$$