41. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása
I. kategória (gimnázium 9. évfolyam)

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

1. Adatok: $v_1 = 1{,}4\ \mathrm{m/s}, t_1 = 30\ \mathrm{s}, t_2 = 75\ \mathrm{s}, h = 15\ \mathrm{m}$.

a) A második eset alapján a gyorsabb úszó 75 s alatt 15 méterrel több utat tesz meg, sebessége

$$v_2 = v_1 + \frac{h}{t_2} = 1{,}6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

2 pont

Legyen az uszoda hossza L, ekkor az első eset alapján a két úszó együtt két hossznyit úszik le a találkozásig:

$$2L = v_1 \cdot t_1 + v_2 \cdot t_1 \quad \rightarrow \quad \boldsymbol{L = 45\ \mathrm{m}}.$$

3 pont

b) Az első esetben a lassabb úszó által megtett út egyenlő a gyorsabb elmozdulásával:

$$d_2 = v_1 \cdot t_1 = \mathbf{42\ m}.$$

2 pont

A második esetben a gyorsabb úszó által megtett út

$$s_2 = v_2 \cdot t_2 = 120\ \mathrm{m}.$$

Eközben kétszer fordult, tehát elmozdulása

$$d_2 = s_2 - 2L = \mathbf{30\ m}.$$

3 pont

2. Adatok: $m = 2\ \mathrm{kg}, v = 6\ \mathrm{m/s}, t = 2{,}5\ \mathrm{s}, \alpha = \frac{\pi}{2}$.

a) A test egyenletesen mozog, ezért gyorsulásának nem lehet pályaérintő irányú komponense, vagyis a gyorsulásvektor merőleges a sebességvektorra. Ebből és az irányváltozás állandó szögsebességéből következik, hogy egyenletes körmozgás jön létre.

2 pont

Ha a test egy negyedkört 2,5 s alatt tesz meg, akkor a teljes körülfordulási idő 10 s. A 6 m/s-os állandó sebességből ezért az következik, hogy a kör kerülete 60 m. Ebből a kör sugara:

$$R = \frac{60\ \mathrm{m}}{2\pi} = 9{,}55\ \mathrm{m}.$$

2 pont

A test negyed kört tett meg, ezért elmozdulása:

$$\Delta r = R\sqrt{2} \approx \mathbf{13{,}5\ m}.$$

2 pont

b) Az egyenletes körmozgást végző test gyorsulása:

$$a = \frac{v^2}{R} \approx \mathbf{3,77}\,\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s^2}}.$$

2 pont

c) A testre ható eredő erő:

$$F = ma = \mathbf{7,54\ N}.$$

2 pont

$\boxed{\textbf{3.}}$ Adatok: $m = 2$ kg, $\mu_0 = 0{,}3$, $\mu = 0{,}2$.

a) A megcsúszás pillanatában a testre ható húzóerők vektori összege egyenlő a tapadási erő maximumával.

2 pont

A feltételek miatt a húzóerők vektori összege az F erő $\sqrt{2}$-szerese, tehát:

$$F = \frac{\mu_0 mg}{\sqrt{2}} \approx \mathbf{4,24\ N}.$$

3 pont

b) A megcsúszást követően az eredő erő:

$$F_e = \sqrt{2}F - \mu mg.$$

3 pont

A gyorsulás pedig:

$$a = \frac{F_e}{m} = \frac{\mu_0 mg - \mu mg}{m} = (\mu_0 - \mu)g = \mathbf{1}\,\frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s^2}}.$$

2 pont

$\boxed{\textbf{4.}}$ Adatok: $t_2 = 2$ s.

a) Vízszintes hajításkor függőlegesen szabadesést végez a test, vízszintesen egyenletesen mozog. Szabadeséskor az első másodpercben 5 métert, a másodikban 15 métert, a harmadikban 25 métert tesz meg a test, amint ez köztudott. Tehát a második másodpercben a függőleges elmozdulás 15 méter, a vízszintes ennek a fele, vagyis 7,5 méter. Ennek megfelelően a vízszintes kezdősebesség **7,5 m/s**.

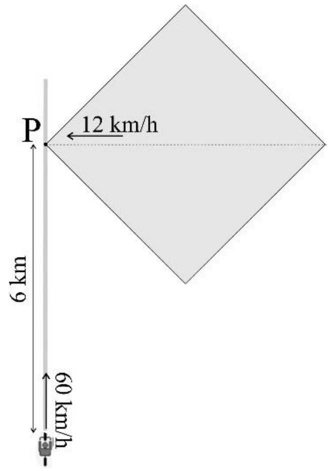
6 pont

b) A kezdő- és végsebesség aránya:

$$\frac{v_2}{v_0} = \frac{\sqrt{v_0^2 + (gt_2)^2}}{v_0} \approx \mathbf{2,85}.$$

4 pont

$\boxed{5.}$ *I. megoldás:*



Vegyük észre, hogy a felhő motoroshoz közelebbi határa az úton 12 km/h-s sebességgel közeledik, míg a távolabbi határa ugyancsak 12 km/h-s sebességgel távolodik. (Mivel a felhő igen nagy kiterjedésű, ezért a motoros csak ezzel a két határral találkozik.)

4 pont

Kiszámíthatjuk, hogy az esőfelhő közelebbi szélét mennyi idő alatt éri el a motoros:

$$t_1 = \frac{6\ \text{km}}{\frac{60\text{km}}{\text{h}} + \frac{12\text{km}}{\text{h}}} = \frac{1}{12}\text{h} = 5\ \text{min},$$

ennyi idő alatt a motoros 60 km/h = 1 km/perc sebességgel 5 km utat tesz meg.

2 pont

Az esőfelhő távolabbi szélét a motoros

$$t_2 = \frac{6\ \text{km}}{\frac{60\text{km}}{\text{h}} - \frac{12\text{km}}{\text{h}}} = \frac{1}{8}\text{h} = 7{,}5\ \text{min}$$

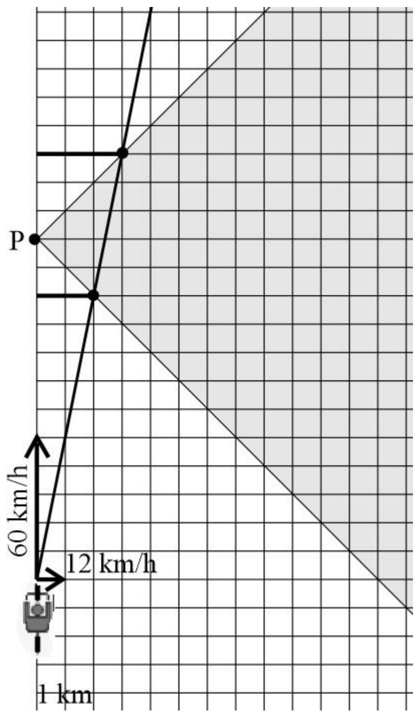
idő alatt éri el, és ez idő alatt 7,5 km utat tesz meg.

2 pont

A két távolság különbsége **2,5 km**, és a közben eltelt idő 7,5 perc – 5 perc = **2,5 perc**.

2 pont

II. megoldás:



Rajzoljunk le egy nagy négyzetet, és ehhez az „esőfelhőhöz” viszonyítsuk a motoros mozgását. Jelöljünk be az úton a P pontból kiindulva centiméterenként vonalakat, és ezek jelentsenek 1-1 kilométert. Használjuk ki, hogy a motoros sebessége 1 km/perc. A P ponttól tehát 6 cm-re rajzoljuk meg a motoros kezdőhelyzetét az úton. A felhőhöz képest a motoros ferdén felfelé mozog: miközben 1 km-t halad az út mentén, aközben 1/5 km-t mozdul el jobbra, így megrajzolhatjuk a pályáját, ami egyenes vonal.

6 pont

Az ábráról leolvasható, hogy a motoros 5 km úton haladás után kerül a felhőbe, és 7,5 km úton haladás után kerül ki belőle (az ábrán egy kis négyzet oldaléle 0,5 km).

2 pont

A két távolság különbsége **2,5 km**, és a közben eltelt idő 7,5 perc – 5 perc = **2,5 perc**.

2 pont

41. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása
II. kategória (gimnázium 10. évfolyam)

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

$\boxed{1.}$ Adatok: $M = 5\ \mathrm{kg}, m = 3\ \mathrm{kg}, m_0 = 2\ \mathrm{kg}, \mu = \mu_0 = 0{,}25$.

Először tételezzük fel, hogy a test a kocsin nem csúszik meg. Ekkor a külső erők mg nagyságú eredője a három testet együtt gyorsítja, tehát

$$a_1 = \frac{mg}{M + m + m_0} = 3\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

3 pont

Vizsgáljuk meg, hogy a tapadási erő maximuma a kocsin lévő testnek mekkora gyorsulást képes biztosítani:

$$a_0 = \frac{\mu_0 m_0 g}{m_0} = \mu_0 g = 2{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

3 pont

Mivel $a_0 < a_1$, a test megcsúszik a kocsin, és az *m* és *M* tömegek közös gyorsulását újra kell számolni. Az eredő erő nagysága most az *mg* nehézségi erő és a súrlódási erő különbsége, ezért:

$$a_2 = \frac{mg - \mu m_0 g}{M + m} = 3{,}125\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

3 pont

Tehát az *m* és *M* tömegű testek közös gyorsulása $\mathbf{3,125\,\frac{m}{s^2}}$, az m_0 tömegű test pedig megcsúszik a kocsin és gyorsulása $\mathbf{2,5\,\frac{m}{s^2}}$, hiszen a csúszási és a tapadási súrlódási együtthatók megegyeznek.

1 pont

$\boxed{2.}$ Adatok: $R = 1\ \mathrm{m}$.

a) Alkalmazzuk az energiamegmaradás törvényét a kezdő- és a legfelső helyzetre:

$$\frac{1}{2} m v_0^2 = mg \cdot 2R + \frac{1}{2} m \frac{v_0^2}{4},$$

$$v_0^2 = \frac{16}{3} gR \quad \to \quad v_0 = 4\sqrt{\frac{gR}{3}} = \mathbf{7,3\,\frac{m}{s}}.$$

4 pont

b) Legyen a kérdéses helyzetben a test sebessége v_1. Ismét az energiamegmaradásból:

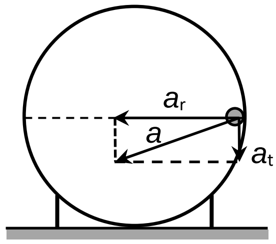
$$\frac{1}{2}mv_0^2 = mgR + \frac{1}{2}mv_1^2,$$

$$v_1^2 = v_0^2 - 2gR,$$

$$v_1^2 = \frac{10}{3}gR.$$

2 pont

A test sugár irányú gyorsulása:



$$a_r = \frac{v_1^2}{R} = \frac{10}{3}g.$$

Ebben a helyzetben az érintő irányú gyorsulást a nehézségi erő okozza:

$$ma_t = mg \qquad \rightarrow \qquad a_t = g.$$

3 pont

A keresett gyorsulás:

$$a = \sqrt{a_r^2 + a_t^2} = \sqrt{\frac{100}{9}g^2 + g^2} = \frac{\sqrt{109}}{3}g = \mathbf{34{,}8\ \frac{m}{s^2}}.$$

1 pont

$\boxed{\text{3.}}$ Adatok: $v_0 = 24\,\frac{\text{m}}{\text{s}}, h_0 = 22\text{ m}, v_1 = 4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}, g = 10\,\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

a) A lövedék emelkedésének magassága:

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g} = \mathbf{28{,}8\ m}.$$

2 pont

b) Az emelkedés ideje $\frac{v_0}{g} = 2{,}4\text{ s}$. Így a drón $4\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2{,}4\text{ s} = 9{,}6$ m-t tesz meg, tehát $22\text{ m} + 9{,}6\text{ m} = \mathbf{31{,}6\ m}$ magasan lesz. **2 pont**

c) A távolság akkor lesz köztük minimális, ha a sebességük azonos, azaz a lövedék pillanatnyi sebessége is $4\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$ lesz. **2 pont**

A lövedék sebességváltozása eddig a pillanatig $20\,\frac{\text{m}}{\text{s}}$, ami 2 s-ig tart. **1 pont**

Közben a drón $4\,\frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 2\text{ s} = 8$ m-t tesz meg fölfelé, a lövedék pedig $v_0 t - \frac{g}{2}t^2 = 28$ m-t.

2 pont

Figyelembe véve, hogy a drón kezdőmagassága 22 m, így ekkor a drón 30 m magasan lesz, tehát a köztük lévő távolság **2 m** lesz. **1 pont**

Ha a tanuló a b), illetve az a) pontban kapott értékeket egyszerűen kivonja egymásból és eredménye 2,8 m, akkor a c) részre nem kaphat pontot.

$\boxed{\textbf{4.}}$ A folytonossági feltétel miatt

$$12Av_1 = 10Av_2 \quad \to \quad v_2 = 1{,}2v_1\,.$$

A spriccelő víz torkolati sebessége tehát 1,2-szeresére nő.

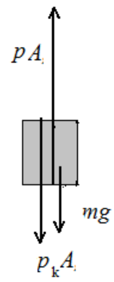
6 pont

Az emelkedési magasság a „hajítási sebesség” négyzetével arányos, így tehát az **1,44**-szeresére nő. (Ez az eredmény független attól, hogy a szökőkút nyílásaiból milyen szögben spriccel ki a víz. Értelem szerint ez a szög nullánál nagyobb, gyakran éppen 90°.)

4 pont

$\boxed{\textbf{5.H.}}$ Adatok: $p_k = \frac{2mg}{A}$.

a) A dugattyú behelyezését követően a tartályban lévő levegő nyomása legyen *p*.



A dugattyú egyensúlya miatt

$$mg + p_k A = pA,$$

a feltétel miatt pedig

$$\frac{1}{2}p_k A + p_k A = pA,$$

tehát

$$p = 1{,}5p_k.$$

3 pont

Az állandó hőmérséklet miatt alkalmazható a Boyle–Mariotte-törvény. Kezdetben a tartályban lévő levegő nyomása megegyezik a külső légnyomással, így

$$p_k AL = pA(L - h).$$

Behelyettesítve a nyomásra kapott feltételt:

$$p_k L = 1{,}5p_k(L - h), \text{ tehát } \quad 1{,}5h = 0{,}5L.$$

Ezzel a keresett arány

$$\frac{h}{L} = \frac{1}{3}.$$

3 pont

b) A tartály elfordítása előtt az elzárt gáz hőmérséklete 300 K, nyomása $\frac{3}{2}p_k$. A végső állapotban a térfogat ugyanakkora marad, de a nyomás p_k lesz. Gay-Lussac második törvénye értelmében, ha a nyomás 2/3 részére csökken, akkor az abszolút hőmérséklet is ugyanilyen arányban csökken. 300 K 2/3 része 200 K, vagyis a levegőt **100°C**-kal kell lehűteni.

4 pont

$\boxed{\textbf{5.E.}}$ Adatok: $Q = 1\mu\text{C}, m = 0{,}001\text{ kg}, \; r = 0{,}3\text{ m}.$

a) A gyöngy egyensúlya miatt a nehézségi és az elektrosztatikus erő egyenlő nagyságú:

$$mg = k\frac{Qq}{r^2}$$

2 pont

$$q = \frac{mgr^2}{kQ} = \mathbf{10^{-7}C = 100\ nC}.$$

2 pont

b) Most mindkét gyöngyre felírjuk az egyensúly feltételét. A felső gyöngyre:

$$mg = k\frac{Qq_1}{4r^2} + k\frac{q_1q_2}{r^2}.$$

Az alsó gyöngyre pedig:

$$mg = k\frac{Qq_2}{r^2} - k\frac{q_1q_2}{r^2}.$$

2 pont

Összeadva a két egyenletet és kifejezve q_1-t:

$$q_1 = \frac{8mgr^2}{kQ} - 4q_2.$$

Behelyettesítve a 2. egyenletbe és átalakítva:

$$\frac{mgr^2}{k} = q_2\left(Q - \frac{mgr^2}{k}\frac{8}{Q} + 4q_2\right).$$

Legyen $\alpha = \frac{mgr^2}{k} = 10^{-13}\mathrm{C}^2$. Ekkor a következő másodfokú egyenletet kapjuk:

$$4q_2^2 + \left(Q - \frac{8\alpha}{Q}\right)q_2 - \alpha = 0.$$

Az egyenlet megoldásai:

$$q_2 = \frac{\frac{8\alpha}{Q} - Q \pm \sqrt{\left(Q - \frac{8\alpha}{Q}\right)^2 + 16\alpha}}{8} = \begin{cases} 1{,}35 \cdot 10^{-7}\mathrm{C} \\ -1{,}85 \cdot 10^{-7}\mathrm{C} \ ↯ \end{cases}$$

Visszahelyettesítve megkaphatjuk az alsó gyöngy töltését is:

$$q_1 = \frac{8mgr^2}{kQ} - 4q_2 = \frac{8\alpha}{Q} - 4q_2 = 1{,}35 \ \cdot \ 10^{-7}\mathrm{C}.$$

A felső gyöngy töltése tehát **260 nC**, az alsó gyöngy töltése pedig **135 nC**.

4 pont

41. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása
III. kategória
(akik ebben a tanévben kezdték tanulni a fizikát technikumban)

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

$\boxed{1.}$ Adatok: $s_1 = \frac{3}{5}s, t_1 = 25\text{ perc}, t_2 = 10\text{ perc}, v_2 = v_1 + 32\frac{\text{cm}}{\text{perc}}$.

a) A teherrel megtett (s_1) és az „üresen" megtett (s_2) út aránya $s_1 : s_2 = 3 : 2$.
Ebből $2s_1 = 3s_2$, vagyis $2v_1t_1 = 3v_2t_2$, és ez alapján

$$2v_1 \cdot 25\text{ perc} = 3\left(v_1 + 32\frac{\text{cm}}{\text{perc}}\right) \cdot 10\text{ perc}\,.$$

5 pont

Az egyenlet megoldása: $v_1 = 48\frac{\text{cm}}{\text{perc}}$.

Így a hangya sebessége a mozgás második szakaszában: $\boldsymbol{v_2 = 80\frac{\textbf{cm}}{\textbf{perc}}}$. **2 pont**

b) A keresett távolság a hangya által megtett úttal egyenlő, tehát

$$d = v_1t_1 + v_2t_2 = 48\frac{\text{cm}}{\text{perc}} \cdot 25\text{ perc} + 80\frac{\text{cm}}{\text{perc}} \cdot 10\text{ perc} = 2000\text{ cm} = \mathbf{20\ m}.$$

3 pont

$\boxed{2.}$ Adatok: $h = 0{,}35\text{ m}, t_ö = 10\text{ perc}, V = 1\text{ dl}$.

Két csepp leesése között eltelt idő:

$$h = \frac{g}{2}t^2 \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0{,}265\text{ s}.$$

4 pont

A 10 perc alatt leeső cseppek száma:

$$N = \frac{t_ö}{t} = 2268.$$

3 pont

Egy csepp térfogata:

$$V_0 = \frac{V}{N} = \mathbf{0{,}044\ ml}.$$

3 pont

3. *I. megoldás:*

a) Érdemes a sebességeket km/h-ról km/perc-re átváltani. Jelöljük t-vel a 12:00-tól a fékezés megkezdéséig eltelt időt. Így

$$1{,}5\ \frac{\text{km}}{\text{perc}} \cdot t + 1\frac{\text{km}}{\text{perc}} \cdot t = 8\ \text{km} \qquad \rightarrow \qquad t = 3{,}2\ \text{perc.}$$

2 pont

A fékezés megkezdésekor a gyorsabb mozdony Alsófalvától 4,8 km-re, míg a lassabb Felsővártól 3,2 km-re volt.

2 pont

Ugyanannyi ideig fékezett mindkét mozdony, végsebességük nulla lett, tehát a fékezés alatt átlagsebességük a kezdeti sebességük fele volt, vagyis 0,75 km/perc és 0,5 km/perc. Tehát a fékezés ideje

$$t_{\text{fék}} = \frac{2\ \text{km}}{0{,}75\ \frac{\text{km}}{\text{perc}} + 0{,}5\ \frac{\text{km}}{\text{perc}}} = 1{,}6\ \text{perc}$$

volt. Ennek megfelelően a mozdonyok **12 óra után 4,8 perccel,** vagyis **12 h 4 min 48 sec-kor** álltak meg.

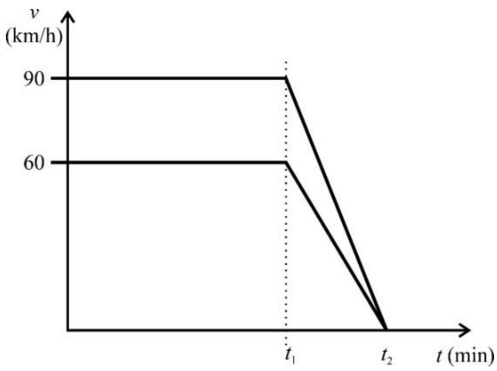
3 pont

b) Látható, hogy a 10 km-es távolságot a kezdeti sebességeik arányában, azaz 3 : 2 arányban tették meg, tehát a fotóriporternek Alsófalvától **6 km-re,** vagy Felsővártól **4 km-re** kellett mennie, hogy tudósítson a szerencsés végkimenetelről.

3 pont

II. megoldás:

Ábrázoljuk a mozdonyok sebességének nagyságát az idő függvényében! **2 pont**



a) Az eltelt időt a trapézok téglalapra és háromszögre bontásából számíthatjuk ki, figyelembe véve, hogy a fékezés megkezdésekor a mozdonyok 2 km-re voltak egymástól. A két téglalap területének összege 8 km, tehát (a sebességeket km/h-ról km/perc-re átváltva)

$$1{,}5\ \frac{\text{km}}{\text{perc}} \cdot t_1 + 1\frac{\text{km}}{\text{perc}} \cdot t_1 = 8\ \text{km} \ \rightarrow \ t_1 = 3{,}2\ \text{perc.}$$

2 pont

A két háromszög területének összege 2 km, ezért

$$1{,}5\ \frac{\text{km}}{\text{perc}} \cdot \frac{t_2 - t_1}{2} + 1\frac{\text{km}}{\text{perc}} \cdot \frac{t_2 - t_1}{2} = 2\ \text{km} \qquad \rightarrow \qquad t_2 - t_1 = 1{,}6\ \text{perc.}$$

Tehát a mozdonyok **12 óra után 4,8 perccel**, vagyis **12 h 4 min 48 sec-kor** álltak meg.

3 pont

b) A két trapéz területe megadja a mozdonyok által megtett utakat. Mivel a két trapéznak csak a magassága különbözik, a területük aránya megegyezik a magasságuk arányával, ami éppen a kezdeti sebességük aránya.
Tehát a két mozdony által megtett utak aránya 90 km/h : 60 km/h = 3 : 2. Vagyis a 10 km utat ilyen arányban kell felosztanunk, azaz a gyorsabb mozdony 6 km utat, a lassabb 4 km utat tett meg a megállásig. A fotóriporternek Alsófalvától **6 km-re**, vagy Felsővártól **4 km-re** kellett mennie, hogy tudósítson a szerencsés végkimenetelről.

3 pont

$\boxed{4.}$ Adatok: $m = 2\ \mathrm{kg}, v = 6\ \mathrm{m/s}, t = 2{,}5\ \mathrm{s}, \alpha = \frac{\pi}{2}$.

a) A test egyenletesen mozog, ezért gyorsulásának nem lehet pályaérintő irányú komponense, vagyis a gyorsulásvektor merőleges a sebességvektorra. Ebből és az irányváltozás állandó szögsebességéből következik, hogy egyenletes körmozgás jön létre.

2 pont

Ha a test egy negyedkört 2,5 s alatt tesz meg, akkor a teljes körülfordulási idő 10 s. A 6 m/s-os állandó sebességből ezért az következik, hogy a kör kerülete 60 m. Ebből a kör sugara:

$$R = \frac{60\ \mathrm{m}}{2\pi} = 9{,}55\ \mathrm{m}.$$

2 pont

A test negyed kört tett meg, ezért elmozdulása:

$$\Delta r = R\sqrt{2} \approx \mathbf{13{,}5\ m}.$$

2 pont

b) Az egyenletes körmozgást végző test gyorsulása:

$$a = \frac{v^2}{R} \approx \mathbf{3{,}77\,\frac{m}{s^2}}.$$

2 pont

c) A testre ható eredő erő:

$$F = ma = \mathbf{7{,}54\ N}.$$

2 pont

$\boxed{5.}$ Adatok: $M = 3\ \mathrm{kg}, m = 2\ \mathrm{kg}, F_1 = 5\ \mathrm{N}, F_2 = 10\ \mathrm{N}$.

a) A két testből álló rendszert a külső erők eredője gyorsítja együtt, ezért:

$$a = \frac{F_1}{M+m} = \mathbf{1\,\frac{m}{s^2}}.$$

4 pont

b) Második esetben legyen S a súrlódási erő. Ekkor a kocsi mozgására a következő egyenletet írhatjuk fel:

$$S = \mu m g = M a_1 \quad \rightarrow \quad a_1 = \frac{\mu m g}{M} = \mathbf{1{,}33\,\frac{m}{s^2}}.$$

3 pont

A hasáb mozgására pedig:

$$F_2 - S = m a_2 \quad \rightarrow \quad a_2 = \frac{F_2}{m} - \mu g = \mathbf{3\,\frac{m}{s^2}}.$$

3 pont

41. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása
IV. kategória
(akik ebben a tanévben második éve tanulják a fizikát technikumban)

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

$\boxed{\textbf{1.}}$ Adatok: $s_1 = \frac{3}{5}s, t_1 = 25\text{ perc}, t_2 = 10\text{ perc}, v_2 = v_1 + 32\frac{\text{cm}}{\text{perc}}$.

a) A teherrel megtett (s_1) és az „üresen” megtett (s_2) út aránya $s_1 : s_2 = 3 : 2$.
Ebből $2s_1 = 3s_2$, vagyis $2v_1t_1 = 3v_2t_2$, és ez alapján

$$2v_1 \cdot 25\text{ perc} = 3\left(v_1 + 32\frac{\text{cm}}{\text{perc}}\right) \cdot 10\text{ perc}.$$

5 pont

Az egyenlet megoldása: $v_1 = 48\frac{\text{cm}}{\text{perc}}$.
Így a hangya sebessége a mozgás második szakaszában: $\boldsymbol{v_2 = 80\frac{\text{cm}}{\text{perc}}}$. **2 pont**

b) A keresett távolság a hangya által megtett úttal egyenlő, tehát

$$d = v_1t_1 + v_2t_2 = 48\frac{\text{cm}}{\text{perc}} \cdot 25\text{ perc} + 80\frac{\text{cm}}{\text{perc}} \cdot 10\text{ perc} = 2000\text{ cm} = \mathbf{20\ m}.$$

3 pont

$\boxed{\textbf{2.}}$ Adatok: $m = 35000\text{ kg}, h = 70\text{ m}, P = 1000\text{ W}$.

a) A felemelt betontömb gravitációs helyzeti energiát képes tárolni:

$$E_h = mgh = \mathbf{24{,}5\ MJ}.$$

5 pont

b) Alkalmazzuk a következő összefüggést: $E = P \cdot \Delta t$. Így a használat ideje:

$$\Delta t = \frac{E}{P} = \frac{2{,}45 \cdot 10^7\text{J}}{1000\frac{\text{J}}{\text{s}}} = \mathbf{2{,}45 \cdot 10^4\ s = 408\ min = 6\ h\ 48\ min}.$$

5 pont

$\boxed{\textbf{3.}}$ Adatok: $v_0 = 24\frac{\text{m}}{\text{s}}, h_0 = 22\text{ m}, v_1 = 4\frac{\text{m}}{\text{s}}, g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

a) A lövedék emelkedésének magassága:

$$h_{max} = \frac{v_0^2}{2g} = \mathbf{28{,}8\ m}.$$

2 pont

b) Az emelkedés ideje $\frac{v_0}{g} = 2{,}4$ s . Így a drón $4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 2{,}4\ \mathrm{s} = 9{,}6$ m-t tesz meg, tehát

$22\ \mathrm{m} + 9{,}6\ \mathrm{m} = \mathbf{31{,}6\ m}$ magasan lesz. **2 pont**

c) A távolság akkor lesz köztük minimális, ha a sebességük azonos, azaz a lövedék pillanatnyi sebessége is $4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$ lesz. **2 pont**

A lövedék sebességváltozása eddig a pillanatig $20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, ami 2 s-ig tart. **1 pont**

Közben a drón $4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} \cdot 2\ \mathrm{s} = 8$ m-t tesz meg fölfelé, a lövedék pedig $v_0 t - \frac{g}{2} t^2 = 28$ m-t.

2 pont

Figyelembe véve, hogy a drón kezdőmagassága 22 m, így ekkor a drón 30 m magasan lesz, tehát a köztük lévő távolság **2 m** lesz. **1 pont**

Ha a tanuló a b), illetve az a) pontban kapott értékeket egyszerűen kivonja egymásból és eredménye 2,8 m, akkor a c) részre nem kaphat pontot.

4. Adatok: $m = 0{,}73$ kg, $M = 158\ kg,\ d = 0{,}055$ m, $\rho = 11340\ \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}, m_{\mathrm{Cav}} = 70$ kg.

A kis ólomgolyó sugara:

$$r_{\mathrm{k}} = \sqrt[3]{\frac{3m}{4\pi\rho}} = 0{,}025\ \mathrm{m}.$$

2 pont

A nagy ólomgolyó sugara:

$$r_{\mathrm{n}} = \sqrt[3]{\frac{3M}{4\pi\rho}} = 0{,}15\ \mathrm{m}.$$

1 pont

A feltétel szerint a tömegvonzási erők aránya:

$$1000 \cdot \gamma \frac{m \cdot m_{\mathrm{Cav}}}{s_{\mathrm{Cav}}^2} = \gamma \frac{m \cdot M}{R^2}$$

$$s_{\mathrm{Cav}} = R \cdot \sqrt{1000 \frac{m_{\mathrm{Cav}}}{M}}$$

5 pont

A kis és a nagy ólomgolyó középpontjának távolsága $R = r_{\mathrm{k}} + r_{\mathrm{n}} + d = 0{,}23$ m.
Az adatokat behelyettesítve:

$$s_{\mathrm{Cav}} \approx \mathbf{4{,}8\ m.}$$

2 pont

Mivel az emberi test kiterjedt (nem pontszerű), így ezzel a számítással egy olyan távolságot határoztunk meg, melyre a feltétel akkor igaz, ha az egész test tömege ebbe a pontba lenne összesűrítve.

$\boxed{\textbf{5.H.}}$ *1. megoldás*: a gázokat tekintsük ideálisnak!

Adatok: $f_{\mathrm{He}} = 3, f_{\mathrm{O_2}} = 5.$

1 pont

Hélium esetén az izobár folyamat hőigénye:

$$Q_{\mathrm{p}} = \frac{f+2}{2} nR\Delta T = \frac{5}{2} nR\Delta T.$$

4 pont

Oxigén esetén az izochor folyamat hőigénye:

$$Q_{\mathrm{v}} = \frac{f}{2} nR\Delta T = \frac{5}{2} nR\Delta T.$$

4 pont

A két folyamat hőigénye tehát megegyezik. **1 pont**

2. megoldás: a gázokat tekintsük valódinak, tehát számoljunk a táblázat adataival!

Adatok: $c_{\mathrm{p}} = 5234 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}, M_{\mathrm{He}} = 0{,}004 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mol}}, c_{\mathrm{v}} = 653 \frac{\mathrm{J}}{\mathrm{kgK}}, M_{\mathrm{O_2}} = 0{,}032 \frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{mol}}.$

1 pont

Hélium esetén az izobár folyamat hőigénye:

$$Q_{\mathrm{p}} = c_{\mathrm{p}} m_{\mathrm{He}} \Delta T = c_{\mathrm{p}} n M_{\mathrm{He}} \Delta T \approx 20{,}9\, n\Delta T.$$

4 pont

Oxigén esetén az izochor folyamat hőigénye:

$$Q_{\mathrm{v}} = c_{\mathrm{v}} m_{\mathrm{O_2}} \Delta T = c_{\mathrm{v}} n M_{\mathrm{O_2}} \Delta T \approx 20{,}9\, n\Delta T.$$

4 pont

A két folyamat hőigénye tehát három értékes jegy pontossággal megegyezik.

1 pont

$\boxed{\textbf{5.E.}}$ Adatok: $L = 0{,}6$ m, $Q = 1$ μC, $m = 0{,}001$ kg, $r_1 = 0{,}2$ m, $r_2 = 0{,}4$ m.

a) A gyöngy egyensúlyi helyzete középen van, mivel a két rögzített töltés egyforma. Ez az egyensúlyi helyzet stabil, mert ha valamerre kitérítjük a gyöngyöt, akkor a közelebbi töltés nagyobb taszítóerőt fog kifejteni, mint a távolabbi, tehát a két erő eredője visszatéríti az egyensúlyi helyzet felé.

3 pont

b) A gyöngy az alsó töltéshez közelebb kerül egyensúlyba. Írjuk fel az erők egyensúlyát!

$$mg + k\frac{Qq}{r_2^2} = k\frac{Qq}{r_1^2}$$

5 pont

A gyöngy töltése:

$$q = \frac{mg}{kQ\left(\frac{1}{r_1^2} - \frac{1}{r_2^2}\right)} = \mathbf{5{,}93 \cdot 10^{-8}\,C = 59{,}3\ nC.}$$

2 pont