40. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása
I. kategória: gimnázium 9. évfolyam

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

1. Adatok: $v = 5\ \mathrm{m/s}, t = 10\ \mathrm{s}, h = 20\ \mathrm{m}$.

a) A kerékpáros és a drón az álló emberhez (talajhoz) képest 5 m/s-mal mozog. Mivel utóbbiak egymáshoz képest is ugyanekkora sebességgel mozognak, ezért a talajhoz viszonyított sebességeik és relatív sebességük szabályos háromszöget alkot. **A kerékpáros észak felé halad, tehát a drón ettől az iránytól kelet vagy nyugat felé tart 60 fokos szögben.**

5 pont

b) Az ember és a kerékpáros távolsága 10 s múlva $s = v \cdot t = \mathbf{50\ m}$.

1 pont

A drón az embertől és a kerékpárostól egyenlő távolságra lesz:

$$d = \sqrt{s^2 + h^2} = \sqrt{50^2 + 20^2} \approx \mathbf{53,85\ m}.$$

4 pont

2. Adatok: $v = 20\ \mathrm{m/s}, r = 0{,}4\ \mathrm{m}$.

a) A tisztán gördülés miatt a kerék szögsebessége:

$$\omega = \frac{v}{r} = \mathbf{50\ \frac{1}{s}}.$$

2 pont

b) A negyedelőpontok távolsága a forgástengelytől a sugár fele, ezért kerületi sebességük a haladási sebesség fele:

$$v_\mathrm{k} = \frac{r}{2}\omega = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

A függőleges átmérő alsó és felső negyedelőpontjának a talajhoz viszonyított sebessége:

$$v_\text{alsó} = v - v_\mathrm{k} = \mathbf{10\ \frac{m}{s}} \quad \text{illetve} \quad v_\text{felső} = v + v_\mathrm{k} = \mathbf{30\ \frac{m}{s}}.$$

3 pont

c) A vízszintes átmérő jobb és bal oldali negyedelőpontjának a talajhoz viszonyított sebessége egyenlő egymással:

$$v_\text{jobb} = v_\text{bal} = \sqrt{v^2 + v_\mathrm{k}^2} = \mathbf{22,36\ \frac{m}{s}}.$$

3 pont

d) A négy negyedelőpont gyorsulása szintén egyenlő, megegyezik a centripetális gyorsulással (akár az úthoz, akár az autóhoz rögzített koordinátarendszerből nézve):

$$a_{\mathrm{cp}} = \frac{r}{2}\omega^2 = \mathbf{500\ \frac{m}{s^2}}.$$

2 pont

$\boxed{\textbf{3.}}$ Adatok: $v = 25\ \mathrm{m/s}$, $d = 80$ m, $a = 5\ \mathrm{m}/s^2$, $t_{\mathrm{r}} = 1$ s.

a) A reakcióidő közben az autó 25 métert halad.

1 pont

A jármű $t = \frac{v_0}{a} = 5$ s alatt fékezhető le, miközben további $s_2 = v_{\text{átl}} \cdot t = \frac{v_0}{2}\frac{v_0}{a} = 62{,}5$ métert tesz meg.

2 pont

A megálláshoz **87,5 méterre lenne szükség**, tehát **az ütközés nem kerülhető el**.

1 pont

A megállásig még $d' = 7{,}5$ m távolságra lenne szükség, amit (időben visszafelé gondolkodva) $t' = \sqrt{\frac{2d'}{a}} = \sqrt{3}$ s alatt tenne meg. **Az autó a sorompónak** $v' = at' \approx \mathbf{8{,}7\ \frac{m}{s}}$ **sebességgel ütközik neki**.

3 pont

2. megoldás:

A reakcióidő alatt az autó 25 métert halad, így 55 m-en kellene megállnia 25 m/s-ról, 5 $\mathrm{m/s^2}$ lassulással. Írjuk fel a következő egyenletet:

$$v^2 = 2as \qquad \rightarrow \qquad s = \frac{v^2}{2a} = 62{,}5\ \mathrm{m}.$$

(4 pont)

Tehát nem tud megállni, hanem v sebességgel nekimegy a sorompónak

$$t = \frac{v_0 - v}{a}$$

idővel a tényleges fékezés megkezdése után. A sorompóig megtett utat a következő módon is kiszámíthatjuk:

$$x = v_{\text{átlag}} t = \frac{v_0 + v}{2} \cdot \frac{v_0 - v}{a} \qquad \rightarrow \qquad v = \sqrt{v_0^2 - 2ax} \approx 8{,}7\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

(3 pont)

b) Mivel az autó $s_2 = 62{,}5$ méteren fékezhető le, ezért a reakcióidő alatt legfeljebb 17,5 métert tehet meg. A reakcióidő tehát **legfeljebb** $\frac{d - s_2}{v_0} = \mathbf{0{,}7\ s}$ **lehet**.

3 pont

$\boxed{\textbf{4.}}$ Adatok: $r = 490$ m.

a) Mivel a pálya tetőpontján a repülőgépben súlytalanság uralkodik, a repülőgép ebben a pillanatban szabadon esik, centripetális gyorsulása egyenlő a nehézségi gyorsulással:

$$a_{\mathrm{cp}} = \frac{v^2}{r} = g \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{gr} = 70\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \mathbf{252\ \frac{km}{h}}.$$

3 pont

b) A körpálya legalsó pontján való áthaladáskor a pilótára lefelé a nehézségi, felfelé (a pillanatnyi súllyal megegyező nagyságú) F tartóerő hat, ezek különbsége egyenlő a tömeg és a felfelé mutató centripetális gyorsulás szorzatával:

$$F - mg = m\frac{v^2}{r}$$

$$F = m\left(g + \frac{v^2}{r}\right).$$

3 pont

A pillanatnyi és a beszálláskori súly aránya:

$$\frac{F}{mg} = 1 + \frac{v^2}{gr} = 2.$$

A pilóta súlya **a beszálláskori súly kétszerese.**

1 pont

c) A lefelé mutató centripetális gyorsulás értéke ebben az esetben az eredeti érték háromszorosa:

$$a'_{\mathrm{cp}} = \frac{(1{,}5v)^2}{0{,}75r} = 3a_{\mathrm{cp}} = 3g.$$

1 pont

Az ehhez szükséges eredő erő a pálya tetőpontján csak úgy biztosítható, ha a pilótára $F' = 2mg$ nagyságú tartóerő hat lefelé. Következésképp súlya most is **a beszálláskori súly kétszerese, de a súlyerő felfelé mutat.**

2 pont

$\boxed{5.}$ Adatok: $L = 60$ cm, $M = 1{,}2$ kg, $a = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$, $d = 20$ cm.

a) A rúd a $4F$ nagyságú erő irányába gyorsulva mozog. Írjuk fel a dinamika alapegyenletét a rúdra:

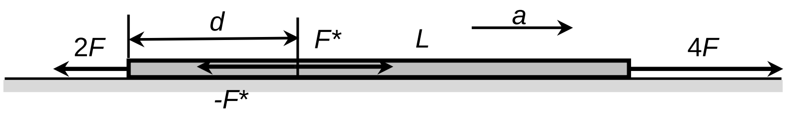
$$Ma = 4F - 2F$$

$$F = \frac{M}{2}a = 1{,}2\ \mathrm{N}.$$

A rúd bal oldali végén 2,4 N, jobb oldali végén 4,8 N nagyságú erő hat.

2 pont

b) Jelölje a keresett erőt F^*! A rudat egy $\frac{M}{3}$ és egy $\frac{2M}{3}$ tömegű darabra bonthatjuk. Írjuk fel a dinamika alapegyenletét a rúd valamelyik darabjára:



$$\frac{M}{3}a = F^* - 2F \quad \text{vagy} \quad \frac{2M}{3}a = 4F - F^*.$$

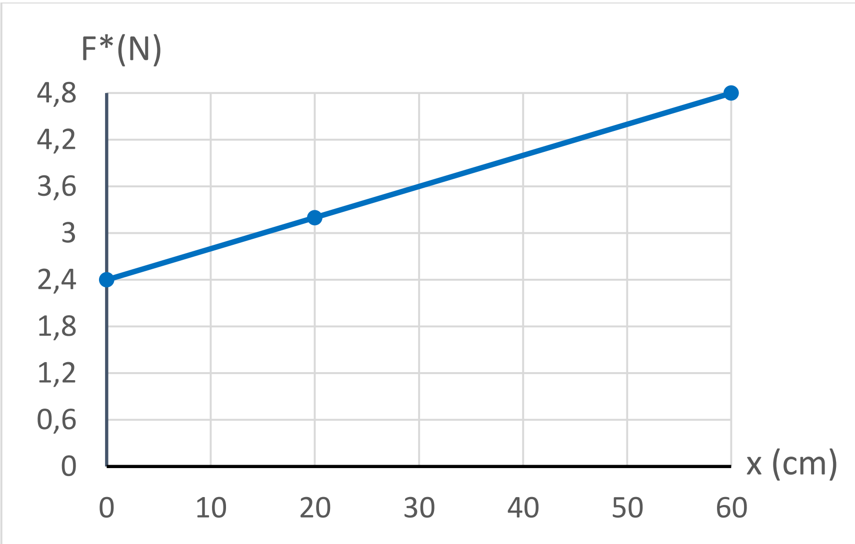
Mindkét egyenletből ugyanazt az eredményt kapjuk:

$$F^* = 2F + \frac{M}{3}a = 3{,}2\ \mathrm{N} \quad \text{vagy} \quad F^* = 4F - \frac{2M}{3}a = 3{,}2\ \mathrm{N}.$$

A rúdban a bal oldali végétől 20 cm-re 3,2 N nagyságú erő hat.

4 pont

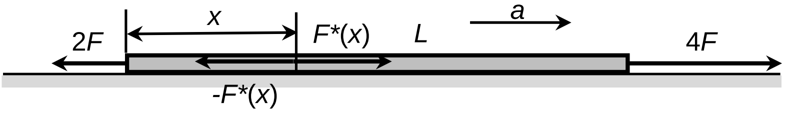
c) Nem elvárás a versenyzőtől az ábrázolandó függvény hozzárendelési szabályának matematikai levezetése, csak a grafikon helyes megrajzolása (például az a) és a b) pontban kapott eredmények felhasználásával).



4 pont

Megjegyzés: Az $F^*(x)$ függvény a következőképpen adható meg.

Írjuk fel általánosan a rúd két részére a dinamika alapegyenletét:



$$m_1 a = F^*(x) - 2F,$$

$$m_2 a = 4F - F^*(x),$$

ahol: $m_1 = \frac{M}{L}x, \qquad m_2 = \frac{M}{L}(L - x).$

Ezekből:

$$a = \frac{2F}{M}.$$

Attól függően, hogy az első vagy a második egyenletbe helyettesítünk vissza:

$$\frac{M}{L}x \cdot \frac{2F}{M} = F^*(x) - 2F, \qquad \text{vagy} \qquad \frac{M}{L}(L - x)\frac{2F}{M} = 4F - F^*(x).$$

A keresett erő: $\boldsymbol{F^*(x) = \left(1 + \frac{x}{L}\right) \cdot 2F = \left(1 + \frac{x}{60\ \mathrm{cm}}\right) \cdot 2{,}4\ \mathrm{N}.}$

40. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása
II. kategória: gimnázium 10. évfolyam

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

$\boxed{\textbf{1.}}$ Adatok: $m = 2\ \mathrm{kg}, F = 10\ \mathrm{N}, t = 2\ \mathrm{s}$.

a) A testre erő hat, ezért gyorsul. Viszont a sebesség nagysága állandó, tehát a gyorsulás merőleges a sebességre. Ha a gyorsulás nagysága (F/m) állandó, akkor **a pálya kör alakú**.

2 pont

b) A sebességvektor változásának nagysága 60°-os szögelfordulásnál egyezik meg a sebességvektor nagyságával. Közben a periódusidő hatod része telik el. A sebességvektor változása egy teljes periódus, azaz **12 s elteltével** lesz nulla.

3 pont

c) A centripetális gyorsulás és a szögsebesség:

$$a_{\mathrm{cp}} = \frac{F}{m} = 5\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} \quad \text{és} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{\pi}{6}\frac{1}{\mathrm{s}}.$$

A test sebessége:

$$v = \frac{a_{\mathrm{cp}}}{\omega} = \frac{30}{\pi}\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}} = \mathbf{9{,}55\,\frac{m}{s}}.$$

5 pont

$\boxed{\textbf{2.}}$ Adatok: $m = 0{,}15\ \mathrm{kg}, M = 4m, a = 4\ \mathrm{m}/s^2$.

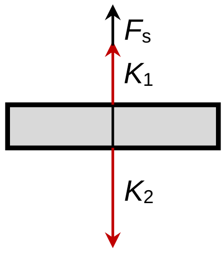
Legyenek a testekre ható fonálerők K_1 és K_2! A dinamika alapegyenletét a két testre felírva:

$$ma = K_1 - mg,$$
$$4ma = 4mg - K_2.$$

4 pont

A fonálnak nincs tömege, ezért a furatban csúszó darabjára ható erők eredője zérus, ahol F_s a súrlódási erő.

$$K_2 - K_1 - F_s = 0.$$ **2 pont**



Ezekből:

$$5ma = 3mg - (K_2 - K_1),$$
$$K_2 - K_1 = m \cdot (3g - 5a).$$

A keresett F_s súrlódási erő: $F_s = m \cdot (3g - 5a) = \mathbf{1{,}5\ N.}$

4 pont

$\boxed{3.}$ Adatok: $h = 1$ m, $\alpha = 45°$.

a) A labda a lejtőről elpattanva vízszintes hajítást végez a 45˚-os szög miatt.

1 pont

A mozgás kezdősebessége és időtartama:

$$v_0 = \sqrt{2dg} \qquad \text{és} \qquad t = \sqrt{\frac{2h}{g}}.$$

3 pont

A hajítás vízszintes távolságára fennáll a következő egyenlet:

$$\sqrt{2dg} \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = h$$

$$d = \frac{h}{4}.$$

A labdát **25cm magasból kell a lejtőre ejteni**.

2 pont

b) Most is a vízszintes hajítás egyenleteit alkalmazhatjuk. A vízszintes hajítás kezdősebessége:

$$v_0 = \sqrt{2xg}.$$

A mozgás ideje:

$$t = \sqrt{\frac{2(h-x)}{g}}.$$

2 pont

A hajítás vízszintes távolságára a következő egyenletet kapjuk:

$$\sqrt{2xg}\sqrt{\frac{2(h-x)}{g}} = h - x.$$

A megoldás (a $h = x$ triviális megoldást kizárva):

$$x = \frac{h}{5} = \mathbf{20\ cm}.$$

2 pont

$\boxed{4.}$ Jelölje L a rugalmas kötél nyújtatlan hosszát! Az energiamegmaradás miatt:

$$2mgL = \frac{1}{2}DL^2$$

$$D = \frac{4mg}{L}.$$

5 pont

A legalsó pontban a dinamika alaptörvénye szerint:

$$ma = DL - mg = 3mg$$

$$a = 3g.$$

5 pont

$\boxed{\textbf{5.H.}}$ <u>Adatok</u>: $A = 1\ \mathrm{dm}^2, T_1 = 323\ \mathrm{K}, T_2 = 523\ \mathrm{K}, \rho_1 = 1120\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{m}^3}, p_\mathrm{k} = 10^5\ \mathrm{Pa}, M = 29\ \frac{\mathrm{g}}{\mathrm{mol}}$.

a) Először határozzuk meg a hengerben lévő levegő nyomását az állapotegyenletből:

$$pV = \frac{m}{M}RT$$

$$p = \frac{\rho}{M}RT = \frac{1120}{29} \cdot 8{,}31 \cdot 323 = 103{,}7\ \mathrm{kPa}.$$

2 pont

A dugattyú tehát 3,7 kPa többletnyomást biztosít, amelyből meghatározható a tömege:

$$p_\mathrm{d} = \frac{mg}{A}$$

$$m = \frac{p_\mathrm{d}A}{g} = \mathbf{3{,}7\ kg}.$$

3 pont

b) Alkalmazzuk mindkét állapotra az állapotegyenletet:

$$pV_1 = nRT_1$$
$$pV_2 = 1{,}25nRT_2.$$

2 pont

A két egyenletből a térfogatok aránya:

$$\frac{V_2}{V_1} = 1{,}25\frac{T_2}{T_1} \approx 2.$$

A magasságok aránya is ugyanennyi, tehát kb. **kétszeresére nőtt a gázoszlop magassága**.

3 pont

$\boxed{\textbf{5.E.}}$ <u>Adatok</u>: $E = 4 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}, m = 0{,}01\ \mathrm{kg}, q = 5 \cdot 10^{-7}\mathrm{C}, v_0 = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, t_2 = 0{,}5\ \mathrm{s}$.

a) Mutasson a pozitív irány függőlegesen felfelé! A test gyorsulása a dinamika alaptörvénye szerint:

$$a = \frac{F_\mathrm{e}}{m} = \frac{Eq - mg}{m} = 10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

3 pont

A test tehát felfelé gyorsul, mintha felfelé mutató gravitációs térben hajtanánk végre lefelé irányuló hajítást. A mozgás időtartama a test visszaérkezéséig:

$$t_1 = 2\frac{v_0}{a} = \mathbf{0{,}4\ s}.$$

3 pont

b) A test helykoordinátája az indítás után $t_2 = 0{,}5$ s múlva:

$$y_2 = -v_0t_2 + \frac{a}{2}t_2^2 = 0{,}25\ \mathrm{m}.$$

A test **a hajítás szintje felett 0,25 méterre** lesz. **2 pont**

c) Ebben a pillanatban a test sebessége:

$$v_2 = -v_0 + at_2 = \mathbf{3\ \frac{m}{s}}.$$

A sebesség **függőlegesen felfelé** mutat. **2 pont**

40. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása
III. kategória
(akik ebben a tanévben kezdték tanulni a fizikát a szakgimnáziumban)

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

1. Adatok:

1. km	2. km	3. km	4. km	5. km	6. km	7. km	8. km	9. km
5 min 40 sec	5:37	5:25	5:40	5:45	5:32	5:42	5:24	5:15

a) Az adatokat megvizsgálva kiderül, hogy az első három kilométer 16 perc 42 másodperc időt, az első négy kilométer pedig 22 perc 27 másodperc időt igényel. Tehát a 20. percben a **negyedik kilométert** futotta.

4 pont

b) Adjuk össze a részidőket, majd osszuk el a „kilométerek számával”:

$$t_{\text{átlag}} = \frac{t_{\text{összes}}}{9} = \frac{9 \cdot 5 \cdot 60\ \text{s} + 300\ \text{s}}{9} = \frac{3000\ \text{s}}{9} = 333\ \text{s}.$$

Átlagosan **5 perc 33 másodperces idővel** futott egy kilométert.

3 pont

c) A futás átlagsebessége:

$$v_{\text{átlag}} = \frac{s_{\text{összes}}}{t_{\text{összes}}} = \frac{9000\ \text{m}}{3000\ \text{s}} = \mathbf{3\ \frac{m}{s}}.$$

3 pont

2. Adatok: $v_0 = 0, v = \frac{100}{3,6}\ \frac{\text{m}}{\text{s}}, t = 3{,}6\ \text{s}, t_1 = 1\ \text{s}, t_2 = 2{,}6\ \text{s}$.

a) Az autó által megtett út a gyorsítás alatt:

$$s = \frac{v \cdot t}{2} = \mathbf{50\ m}.$$

2 pont

b) Az autó átlagos gyorsulása:

$$a = \frac{v}{t} = \mathbf{7{,}72\ \frac{m}{s^2}}.$$

2 pont

c) Az autó által megtett út a gyorsítás első másodpercében:

$$s_1 = \frac{a}{2} t_1^2 = \mathbf{3{,}86\ m}.$$

2 pont

d) Az autó által megtett út a gyorsítás utolsó másodpercében:

$$s_2 = s - \frac{a}{2}t_2^2 = \mathbf{23,9\ m}.$$

4 pont

$\boxed{\mathbf{3.}}$ Adatok: $v = 20\ \mathrm{m/s}, r = 0{,}4\ \mathrm{m}$.

a) A tisztán gördülés miatt a kerék szögsebessége:

$$\omega = \frac{v}{r} = \mathbf{50\ \frac{1}{s}}.$$

2 pont

b) A negyedelőpontok távolsága a forgástengelytől a sugár fele, ezért kerületi sebességük a haladási sebesség fele:

$$v_\mathrm{k} = \frac{r}{2}\omega = 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

A függőleges átmérő alsó és felső negyedelőpontjának a talajhoz viszonyított sebessége:

$$v_\text{alsó} = v - v_\mathrm{k} = \mathbf{10\ \frac{m}{s}} \quad \text{illetve} \quad v_\text{felső} = v + v_\mathrm{k} = \mathbf{30\ \frac{m}{s}}.$$

3 pont

c) A vízszintes átmérő jobb és bal oldali negyedelőpontjának a talajhoz viszonyított sebessége egyenlő egymással:

$$v_\mathrm{jobb} = v_\mathrm{bal} = \sqrt{v^2 + v_\mathrm{k}^2} = \mathbf{22,36\ \frac{m}{s}}.$$

3 pont

d) A négy negyedelőpont gyorsulása szintén egyenlő, megegyezik a centripetális gyorsulással (akár az úthoz, akár az autóhoz rögzített koordinátarendszerből nézve):

$$a_\mathrm{cp} = \frac{r}{2}\omega^2 = \mathbf{500\ \frac{m}{s^2}}.$$

2 pont

$\boxed{\mathbf{4.}}$ Adatok: $m = 0{,}8\ \mathrm{kg}, s_1 = 2{,}5\ \mathrm{m}, v_0 = 6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, v = 4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, \mu_2 = 0{,}2$.

a) A pillanatszerű, tökéletesen rugalmatlan, egyenes ütközésre a lendületmegmaradás törvényét alkalmazva meghatározhatjuk az ütközés utáni közös *u* sebességet:

$$mv = 2mu \quad \rightarrow \quad u = \frac{v}{2} = \mathbf{2\frac{m}{s}}.$$

2 pont

b) Az első felületen a test egyenletesen lassulva halad, a közben eltelt idő:

$$s_1 = \frac{v_0 + v}{2}t_1 \quad \rightarrow \quad t_1 = \frac{2s_1}{v_0 + v} = 0{,}5\ \mathrm{s}.$$

2 pont

A lassulás nagysága:

$$a_1 = \frac{v_0 - v}{t_1} = 4\frac{m}{s^2}.$$

1 pont

A testre ható erők eredője egyenlő a súrlódási erővel, ezért:

$$\mu_1 mg = ma_1 \quad \rightarrow \quad \mu_1 = \frac{a_1}{g} = \mathbf{0,4}.$$

2 pont

c) Hasonlóképp, a második felületen a testek lassulásának abszolút értéke:

$$a_2 = \mu_2 g = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

A megállásig eltelt idő:

$$t_2 = \frac{u}{a_2} = 1\ \mathrm{s}.$$

A megtett út:

$$s_1 = \frac{u}{2} t_2 = 1\ \mathrm{m}.$$

A testek **a két felület határvonalától 1 méterre** állnak meg.

3 pont

$\boxed{\mathbf{5.}}$ Adatok: $F_\mathrm{s} = 0{,}8mg,\ v_0 = 6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},\ t = 3\ \mathrm{s},\ h = 3\ \mathrm{m}.$

a) Legyen a felfelé mutató irány a pozitív! A diákra a súlyerővel egyenlő nagyságú tartóerő felfelé, a nehézségi erő pedig lefelé hat, ezek eredője:

$$F_\mathrm{e} = 0{,}8mg - mg = -0{,}2mg.$$

3 pont

A lift gyorsulása:

$$a = \frac{F_\mathrm{e}}{m} = -0{,}2g = \mathbf{-2\,\frac{m}{s^2}}$$ **lefelé mutat**, tehát lassul.

2 pont

b) A felfelé haladó lift sebessége 3 másodperccel azután, hogy sebessége 6 m/s volt:

$$v = v_0 + at = \mathbf{0},$$ **tehát a lift megáll.**

2 pont

c) Közben a lift által megtett út:

$$s = \frac{v_0}{2} t = 9\ \mathrm{m}$$

$$\frac{s}{h} = \mathbf{3}.$$

A lift a lassítás közben **három emeletet** mozdul el.

3 pont

40. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása
IV. kategória
(akik második éve tanulják a fizikát a szakgimnáziumban)

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

$\boxed{1.}$ Adatok: $d = 2$ cm, $H = 2{,}5$ m, $f = 30\ \frac{1}{\mathrm{s}}$, $v_0 = 0$, $t_1 = \frac{1}{60}$ s, $h = 0{,}1$ m.

a) A golyó szabadesése közben eltelt idő:

$$H = \frac{g}{2}t^2 \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2H}{g}} \approx 0{,}71\ \mathrm{s}.$$

$$N = t \cdot f = 21{,}3.$$

A golyó a talajt a **22. képkockán** éri el.

3 pont

b) A 16. képkocka készítésének megkezdése előtti pillanatig elért sebesség:

$$v_1 = g \cdot 30 \cdot t_1 = 5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

A 16. képkocka készítésének befejezésekor a golyó sebessége:

$$v_2 = g \cdot 31 \cdot t_1 = 5{,}17\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

A közben megtett út:

$$s = \frac{v_1 + v_2}{2}t_1 = 0{,}085\ \mathrm{m} = 8{,}5\ \mathrm{cm}.$$

A golyó elmosódott foltja ennél 2 cm-rel (az átmérővel) több, tehát **10,5 cm hosszúnak látszik**.

4 pont

c) A felvételen a golyó gyorsulása a képernyőn megtett távolságból és a közben eltelt, a valóságosnál kétszer hosszabb zuhanási időből határozható meg:

$$h = \frac{a}{2}(2t)^2 \quad \rightarrow \quad a = \frac{h}{2t^2} = \frac{h}{4H}g = \frac{g}{100} = \mathbf{0{,}1\,\frac{m}{s^2}}.$$

3 pont

$\boxed{2.}$ Adatok:

$$m_\mathrm{A} = 0{,}8\ \mathrm{kg},\ m_\mathrm{B} = 0{,}5\ \mathrm{kg},\ s_1 = 2{,}5\ \mathrm{m},\ v_{\mathrm{B}0} = 6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},\ v_\mathrm{B} = 4\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},\ u_\mathrm{A} = 3\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}},\ \mu_2 = 0{,}2.$$

a) Az első felületen a **B** test egyenletesen lassulva halad, a közben eltelt idő:

$$s_1 = \frac{v_{\mathrm{B}0} + v_\mathrm{B}}{2}t_1 \quad \rightarrow \quad t_1 = \frac{2s_1}{v_{\mathrm{B}0} + v_\mathrm{B}} = 0{,}5\ \mathrm{s}.$$

A lassulás nagysága:

$$a_1 = \frac{v_{\mathrm{B0}} - v_{\mathrm{B}}}{t_1} = 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

A testre ható erők eredője egyenlő a súrlódási erővel, ezért:

$$\mu_1 mg = ma_1 \quad \rightarrow \quad \mu_1 = \frac{a_1}{g} = \mathbf{0,4}.$$

3 pont

b) Az egyenes, részben rugalmas és pillanatszerű ütközésre alkalmazhatjuk a lendületmegmaradás törvényét:

$$m_{\mathrm{B}} v_{\mathrm{B}} = m_{\mathrm{B}} u_{\mathrm{B}} + m_{\mathrm{A}} u_{\mathrm{A}}.$$

A **B** test sebessége az ütközés után:

$$u_{\mathrm{B}} = v_{\mathrm{B}} - \frac{m_{\mathrm{A}}}{m_{\mathrm{B}}} u_{\mathrm{A}} = -0{,}8\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

A **B** test az ütközést követően visszafelé mozog.

Az ütközés során a mechanikai energiaveszteség:

$$\Delta E = \frac{1}{2} m_{\mathrm{A}} u_A^2 + \frac{1}{2} m_{\mathrm{B}} u_B^2 - \frac{1}{2} m_{\mathrm{B}} v_B^2 = \mathbf{-0,24\ J}.$$

4 pont

c) Az **B** test által a megállásig megtett út:

$$t_{\mathrm{B}} = -\frac{u_{\mathrm{B}}}{a_1} = 0{,}2\ \mathrm{s} \quad \rightarrow \quad s_{\mathrm{B}} = -\frac{u_{\mathrm{B}}}{2} t_{\mathrm{B}} = 0{,}08\ \mathrm{m}.$$

Az **A** test lassulásának nagysága a második felületen:

$$a_2 = \mu_2 g = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

Az **A** test által a megállásig megtett út:

$$t_{\mathrm{A}} = \frac{u_{\mathrm{A}}}{a_2} = 1{,}5\ \mathrm{s} \quad \rightarrow \quad s_{\mathrm{A}} = \frac{u_{\mathrm{A}}}{2} t_{\mathrm{A}} = 2{,}25\ \mathrm{m}.$$

A testek **2,33 méterre** állnak meg egymástól.

3 pont

3. a) Adatok: $F_{\mathrm{s}} = 0{,}8mg$, $v_0 = 6\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $t = 3\ \mathrm{s}$, $h = 3\ \mathrm{m}$.

Legyen a felfelé mutató irány a pozitív! A diákra a súlyerővel egyenlő nagyságú tartóerő felfelé, a nehézségi erő pedig lefelé hat, ezek eredője:

$$F_{\mathrm{e}} = 0{,}8mg - mg = -0{,}2mg.$$

2 pont

A lift gyorsulása:

$$a = \frac{F_{\mathrm{e}}}{m} = -0{,}2g = \mathbf{-2\,\frac{m}{s^2}}\ \textbf{lefelé mutat}\text{, tehát lassul.}$$

2 pont

A felfelé haladó lift sebessége 3 másodperccel azután, hogy sebessége 6 m/s volt:

$$v = v_0 + at = \mathbf{0}\textbf{, tehát a lift megáll.}$$

2 pont

b) Adatok: $v = 20\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$, $a_{\mathrm{cp}} = a = 2\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

Legyen most is a felfelé mutató irány a pozitív! A diákra a súlyerővel egyenlő nagyságú tartóerő felfelé, a nehézségi erő pedig lefelé hat, ezek eredője az egyenletes körmozgás miatt:

$$F_{\mathrm{e}} = F_{\mathrm{s}} - mg = ma_{\mathrm{cp}}$$

$$F_{\mathrm{s}} = m\left(g + a_{\mathrm{cp}}\right) = \mathbf{1{,}2}\boldsymbol{mg}.$$

2 pont

A huppanó sugara a centripetális gyorsulásból:

$$r = \frac{v^2}{a_{\mathrm{cp}}} = \mathbf{200\ m}.$$

2 pont

$\boxed{\textbf{4.}}$ Adatok: $\eta = 0{,}75$, $h = 400\ \mathrm{m}$, $\rho = 1000\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$, $Q = 35\frac{\mathrm{m}^3}{\mathrm{s}}$.

a) Az erőmű villamos teljesítménye Q vízhozam esetén:

$$P = \eta \cdot \frac{\Delta E_{\mathrm{pot}}}{\Delta t} = \eta Q\rho g h = \mathbf{105\ MW}.$$

5 pont

b) A kinyerhető villamos energia és a feltöltés során felhasznált villamos energia aránya:

$$\frac{\Delta E_{\text{erőmű}}}{\Delta E_{\text{feltöltés}}} = \frac{\eta m g h}{\frac{1}{\eta} m g h} = \eta^2 = \frac{\mathbf{9}}{\mathbf{16}} = \mathbf{0{,}5625}.$$

5 pont

$\boxed{\textbf{5.H.}}$ Adatok: $h = 0{,}16\ \mathrm{m}$, $d = 0{,}004\ \mathrm{m}$, $p_{\mathrm{k}} = 100\ \mathrm{kPa}$, $\rho = 1000\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}$.

a) A vödörben lévő levegő kezdeti térfogata a vízfelszín fölött:

$$V_0 = A \cdot h.$$

A levegő térfogata a víz alá nyomott vödörben:

$$V_1 = A(h - d).$$

A vödör lassú lenyomása miatt feltételezhetjük, hogy a bezárt levegő hőmérséklete nem változik meg, ezért az új nyomást a Boyle–Mariotte-törvény segítségével meghatározhatjuk:

$$p_1 = p_0\frac{V_0}{V_1} = p_0\frac{h}{h-d} = \mathbf{102{,}56\ kPa}.$$

5 pont

b) Ez a Pascal-törvény szerint a vödörben lévő alsó „levegőszint” fölötti *x* magasságú vízoszlop hidrosztatikai nyomásának és a külső légnyomásnak az összege, ezért:

$$p_h = p_1 - p_k = 2560\ \mathrm{Pa}$$

$$x = \frac{p_h}{\rho_{\text{víz}} \cdot g} = 25{,}6\ \mathrm{cm}.$$

A vödör feneke és a vízfelszín közötti távolság:

$$y = x + d - h = \mathbf{10\ cm}.$$

5 pont

$\boxed{\textbf{5.E.}}$ Adatok: $E = 4 \cdot 10^5\ \frac{\mathrm{N}}{\mathrm{C}}, m = 0{,}01$ kg, $q = 5 \cdot 10^{-7}$C, $v_0 = 2\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, t_2 = 0{,}5$ s.

a) Mutasson a pozitív irány függőlegesen felfelé! A test gyorsulása a dinamika alaptörvénye szerint:

$$a = \frac{F_\mathrm{e}}{m} = \frac{Eq - mg}{m} = 10\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

3 pont

A test tehát felfelé gyorsul, mintha felfelé mutató gravitációs térben hajtanánk végre lefelé irányuló hajítást. A mozgás időtartama a test visszaérkezéséig:

$$t_1 = 2\frac{v_0}{a} = \mathbf{0,4\ s.}$$

3 pont

b) A test helykoordinátája az indítás után $t_2 = 0{,}5$ s múlva:

$$y_2 = -v_0 t_2 + \frac{a}{2} t_2^2 = 0{,}25\ \mathrm{m}.$$

A test **a hajítás szintje felett 0,25 méterre** lesz.

2 pont

c) Ebben a pillanatban a test sebessége:

$$v_2 = -v_0 + a t_2 = \mathbf{3\ \frac{m}{s}}.$$

A sebesség **függőlegesen felfelé** mutat.

2 pont