

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2024. október 15.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2024. október 15. 8:00

I.

Időtartam: 45 perc

| Pótlapok száma | |
|----------------|--|
| Tisztázati | |
| Piszkozati | |

OKTATÁSI HIVATAL

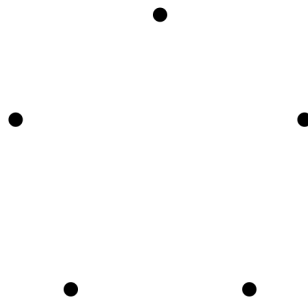
Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Adott az $A = \{1; 2; 3; 4\}$ és a $B = \{1; 2; 4; 8\}$ halmaz. Elemei felsorolásával adja meg az $A \cap B$, az $A \cup B$ és az $A \setminus B$ halmazokat!

| | | |
|-------------------|--------|--|
| $A \cap B =$ | 1 pont | |
| $A \cup B =$ | 1 pont | |
| $A \setminus B =$ | 1 pont | |

2. Rajzoljon egy olyan ötpontú gráfot, amelyben a pontok fokszáma 1, 2, 2, 3, 4.



| | |
|--------|--|
| 2 pont | |
|--------|--|

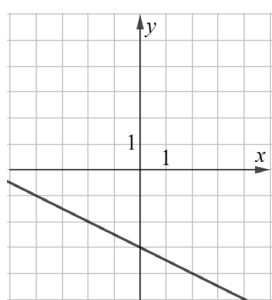
3. Egy pékségben fehér kenyeret és rozskenyeret is árusítanak. Egyik reggel az első 30 vevő közül 22-en fehér kenyeret, 17-en pedig rozskenyeret vásároltak. Hányan vásároltak mindkét fajta kenyérből, ha mind a 30 vevő vett a két fajta kenyér valamelyikéből?

| | | |
|--|--------|--|
| | 2 pont | |
|--|--------|--|

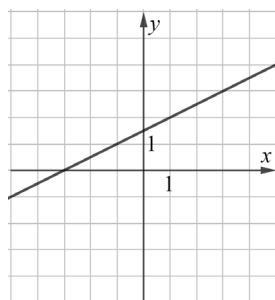
4. Egy számtani sorozat első tagja 6, hetedik tagja pedig 36. Adja meg a sorozat negyedik tagját!

| | | |
|---------|--------|--|
| $a_4 =$ | 2 pont | |
|---------|--------|--|

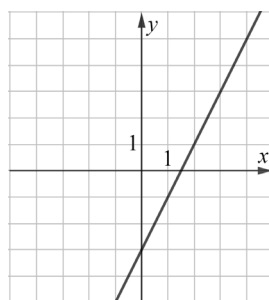
5. Válassza ki az alábbi ábrák közül a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$ függvény grafikonját!



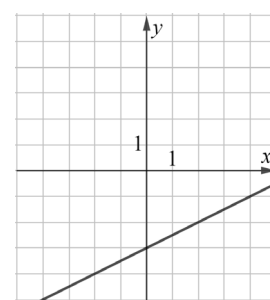
A



B



C



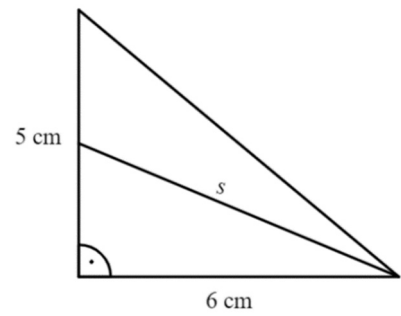
D

| | | |
|-----------------------|--------|--|
| A megfelelő grafikon: | 2 pont | |
|-----------------------|--------|--|

6. Hány átlója van egy konvex nyolcszögnek?

| | | |
|--|--------|--|
| | 2 pont | |
|--|--------|--|

7. Egy derékszögű háromszögben az egyik befogó 5 cm, a másik befogó 6 cm hosszú. Számítsa ki az 5 cm-es befogóhoz tartozó súlyvonal hosszát! Megoldását részletezze!



| | | | |
|---------------------|----|--------|--|
| | | 2 pont | |
| A súlyvonal hossza: | cm | 1 pont | |

8. Hány különböző 4-gyel osztható négyjegyű szám készíthető a 2, 3, 4, 5 számjegyekből, ha egy-egy számhoz mindegyik számjegyet egyszer használjuk fel? Megoldását részletezze!

| | | | |
|--|--|--------|--|
| | | 2 pont | |
| | | 1 pont | |

9. Egy számítógépes játékban Bélának 4-szer annyi pontja van, mint Andrásnak. Hány pontja van Bélának, ha kettejüknek együtt 6500 pontjuk van?

| | | |
|---------------------|--------|--|
| Bélának pontja van. | 2 pont | |
|---------------------|--------|--|

10. Annának két 5-öse, négy 4-ese és két 3-asa van biológiából. Adja meg Anna biológiajegyeinek szórását!

| | | |
|-------------------|--------|--|
| A jegyek szórása: | 2 pont | |
|-------------------|--------|--|

11. Egy mértani sorozat nyolcadik tagja 10^{20} , kilencedik tagja 10^{23} .
Adja meg a sorozat hányadosát és az első tagját!

| | | |
|--------------|--------|--|
| A kvóciens: | 1 pont | |
| Az első tag: | 2 pont | |

12. Két szabályos dobókockával egyszer dobunk. Mennyi annak a valószínűsége, hogy a dobott számok összege négyzetszám lesz? Megoldását részletezze!

| | | |
|--|--------|--|
| | 3 pont | |
| | 1 pont | |

| | | pontszám | |
|-----------------|-------------|-----------|-------|
| | | maximális | elért |
| I. rész | 1. feladat | 3 | |
| | 2. feladat | 2 | |
| | 3. feladat | 2 | |
| | 4. feladat | 2 | |
| | 5. feladat | 2 | |
| | 6. feladat | 2 | |
| | 7. feladat | 3 | |
| | 8. feladat | 3 | |
| | 9. feladat | 2 | |
| | 10. feladat | 2 | |
| | 11. feladat | 3 | |
| | 12. feladat | 4 | |
| ÖSSZESEN | | 30 | |

dátum

javító tanár

| | pontszáma egész számra kerekítve | |
|---------|---|-----------------|
| | elért | programba beírt |
| I. rész | | |

dátum

dátum

javító tanár

jegyző

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2024. október 15.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2024. október 15. 8:00

II.

Időtartam: 135 perc

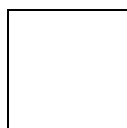
| Pótlapok száma | |
|----------------|--|
| Tisztázati | |
| Piszkozati | |

OKTATÁSI HIVATAL

Név: osztály:.....

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszerkesztések is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban feltehető táblázatok helyettesítése (\sin , \cos , tg , \log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszerkesztések bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett szerkesztések indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

13. a) Oldja meg a valós számok halmazán az alábbi egyenletet!

$$\frac{x+3}{4} + \frac{x+1}{5} = -\frac{x}{2}$$

A baktériumok szaporodása laboratóriumi körülmények között több fázisra osztható, az első szakaszban a baktériumok száma nagyon gyorsan növekszik. Egy kutató a mérései alapján arra a következtetésre jutott, hogy a vizsgált baktériumok számát az első néhány órában a $b(p) = 6 \cdot 1,015^p$ képlettel jól lehet közelíteni. A képletben p jelöli a mérés kezdetétől eltelt időt percben, $b(p)$ pedig p perc elteltével a baktériumok számát **ezer darabban** megadva.

- b) Mennyi lesz a baktériumok száma a mérés kezdetétől számított 60 perc elteltével a képlet alapján?
- c) A mérés kezdetétől számítva hányadik **órában** éri el a baktériumok száma a 600 ezret a képlet alapján?

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 5 pont | |
| b) | 2 pont | |
| c) | 4 pont | |
| Ö.: | 11 pont | |

Név: osztály:.....

14. Adott az $f: \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$, $f(x) = (x-3)^2 - 4$ függvény.

a) Melyik számot rendeli az f függvény az $x = 2,5$ -hez?

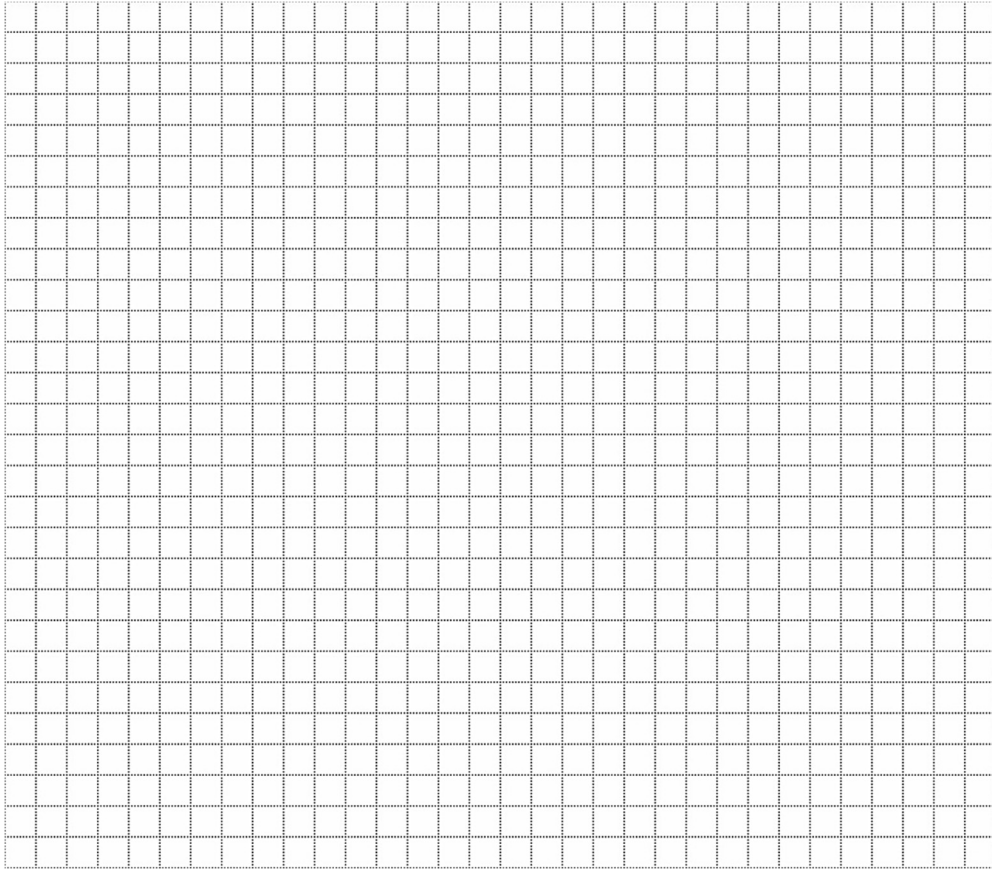
b) Határozza meg az f függvény zérushelyeit!

Az f függvény grafikonjára illeszkedik a $P(2; -3)$ és a $Q(6; 5)$ pont.

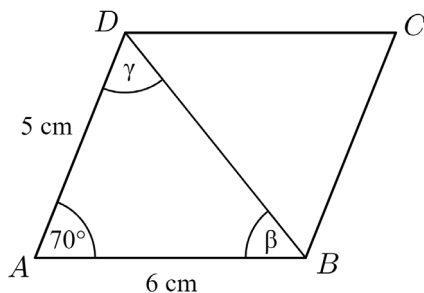
c) Számítsa ki a P és a Q pont távolságát!

d) Határozza meg a P és Q pontokra illeszkedő egyenes egyenletét!

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 2 pont | |
| b) | 4 pont | |
| c) | 2 pont | |
| d) | 4 pont | |
| Ö.: | 12 pont | |



15. Az $ABCD$ paralelogramma AB oldala 6 cm, AD oldala 5 cm hosszú, a két oldal által bezárt szög 70° -os.



- a) Számítsa ki az $ABCD$ paralelogramma területét!
- b) Számítsa ki a BD átló hosszát, valamint az ábrán jelölt β és γ szögek nagyságát!

Tekintsük a következő állítást:

„Ha egy négyszög tengelyesen szimmetrikus, akkor az a négyszög középpontosan is szimmetrikus.”

- c) Döntse el, hogy az állítás igaz vagy hamis! Válaszát indokolja!
- d) Fogalmazza meg az állítás megfordítását, és döntse el a megfordított állításról, hogy igaz vagy hamis! Válaszát indokolja!

| | | |
|-----|---------|--|
| a) | 2 pont | |
| b) | 6 pont | |
| c) | 2 pont | |
| d) | 3 pont | |
| Ö.: | 13 pont | |

Név: osztály:.....

B

**A 16–18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 16.** Emese süteményeket süt, amihez 5 kg cukrot vásárol. Ha 4 kg kristálycukrot és 1 kg barna cukrot vásárolna, akkor 2600 Ft-ot, ha 3 kg kristálycukrot és 2 kg barna cukrot vásárolna, akkor 3275 Ft-ot fizetne.

- a) Mennyibe kerül 1 kg kristálycukor, és mennyibe kerül 1 kg barna cukor?

Emese egy angol nyelvű szakácskönyvből nézett ki egy receptet, amelyben a tömegek mérésére az uncia mértékegységet használják. A recept alapján 5 uncia cukrot kell kimérni. Tudjuk, hogy 1 kilogramm körülbelül 35,3 unciának felel meg.

- b) Hány gramm cukrot kell Emesének kimérnie?
Válaszát tíz grammra kerekítve adja meg!

Emese 72 darab lekváros és 96 darab csokis linzerből egyforma összetételű csomagokat állít össze az iskolai vásárra: mindegyik csomagba azonos számú lekváros linzert tesz, és mindegyik csomagba azonos számú csokis linzert tesz úgy, hogy az összes süteményt felhasználja.

- c) Legfeljebb hány csomagot állíthat össze így Emese?

Egy süteményesdobozban 10 darab lekváros és 15 darab csokis linzer van. A dobozból (visszatevés nélkül) véletlenszerűen kiveszünk 5 darab süteményt.

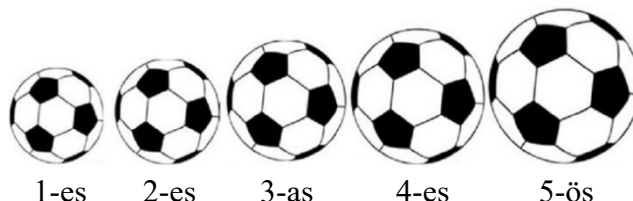
- d) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a kiválasztott sütemények között pontosan 2 darab lesz lekváros!

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 6 pont | |
| b) | 3 pont | |
| c) | 4 pont | |
| d) | 4 pont | |
| Ö.: | 17 pont | |

Név: osztály:.....

**A 16–18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

17. A futballmérkőzéseken használt labdák mérete a játékosok korosztályától függ. A 8 éveseknek ajánlott 3-as méretű labda átmérője 18 cm, a 12 év felettieknek ajánlott 5-ös méretű labda átmérője 21,5 cm. (A labdákat gömb alakúnak tekintjük.)



- a) Hány százalékkal nagyobb az 5-ös méretű labda térfogata a 3-as méretű labda térfogatánál?

A 2022-es katarai futballvilágbajnokságon 32 csapat vett részt. A 32 csapatot 8 csoportba osztották, minden csoportba 4 csapat került. A csoportkörös mérkőzések során egy csoporton belül minden csapat minden csapattal egy mérkőzést játszott. A győzelemért 3 pont, a döntetlenért mindkét csapatnak 1-1 pont, a vereségért 0 pont járt. Az egyik csoportban a táblázatban látható pontszámok alakultak ki a csoportkörös mérkőzések végén.

| Helyezés | Pontszám |
|----------|----------|
| 1. | 7 |
| 2. | 5 |
| 3. | 4 |
| 4. | 0 |

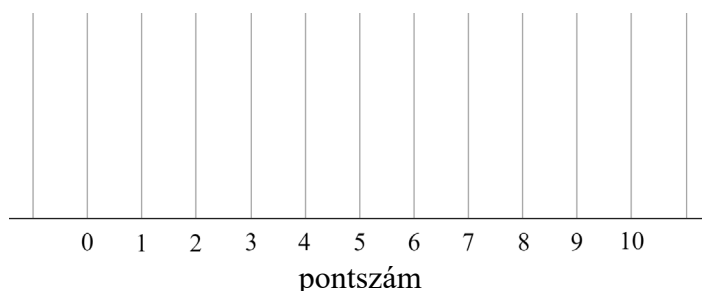
- b) Hány mérkőzés végződött döntetlenre ebben a csoportban a csoportkör során?

Az alábbi táblázat a csoportkörös mérkőzések végére kialakult pontszámok gyakoriságát mutatja a 32 csapat esetében.

| Pontszám | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|------------|---|---|---|---|----|---|---|---|---|---|
| Gyakoriság | 2 | 3 | 0 | 4 | 10 | 2 | 8 | 3 | 0 | 0 |

- c) Határozza meg a 32 csapat pontszámának átlagát!
- d) Töltse ki az alábbi táblázatot a csoportkörökben kialakult pontszámokra vonatkozóan, és rajzolja fel az adatokat ábrázoló sodrófa (box plot) diagramot!

| minimum | alsó kvartilis | medián | felső kvartilis | maximum |
|---------|----------------|--------|-----------------|---------|
| | | | | |



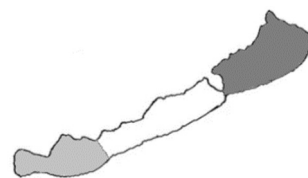
Név: osztály:.....

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 5 pont | |
| b) | 4 pont | |
| c) | 2 pont | |
| d) | 6 pont | |
| Ö.: | 17 pont | |

**A 16–18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 18.** A balatoni viharjelzést 1988 óta távvezérelt fényjelző berendezésekkel oldják meg. A viharjelzésnek három különböző fokozata van:
- Ha a várható legerősebb szellőkések nem haladják meg a 45 km/h sebességet, akkor a rendszer **alapon** van, fényjelzés nincs.
 - Ha a szél sebessége 45–60 km/h között várható, akkor **elsőfokú** viharjelzés van, a viharjelző berendezés lámpái percenként 45-ször villannak fel, egyenlő időközönként.
 - 60 km/h-nál erősebb várható szellőkések esetén **másodfokú** viharjelzés van, a viharjelző berendezés lámpái percenként 90-szer villannak fel, egyenlő időközönként.
- a) Milyen viharjelzési fokozat van érvényben, ha 12 másodperc alatt 9 felvillanást látunk?

Viharjelzés szempontjából a Balatont 2012 óta három medencére osztották: nyugati, középső és keleti medencére. Az egyes medencékben ki lehet adni egymástól eltérő fokozatú viharjelzéseket (egy medencén belül minden viharjelző berendezés azonos jelzést ad), de szomszédos medencékben legfeljebb egy fokozattal térhetnek el egymástól a kiadott viharjelzések.



- b) Hányféleképpen adható ki viharjelzés a teljes Balatonra vonatkozóan a fenti szabályoknak megfelelően? (Egy ilyen például, ha a nyugati medencében a rendszer alapon van, a középső és keleti medencében pedig elsőfokú a viharjelzés. Két kiadott viharjelzést különbözőnek tekintünk, ha legalább az egyik medencében eltér a viharjelzési fokozat a két esetben.)

A Badacsony hegy térfogatának becsléséhez a hegy közelíthető egy olyan csonkakúppal, melynek alapköre 11 km kerületű, fedőkörének sugara 0,6 km, magassága pedig 330 méter.



- c) Igaz-e, hogy (a becslés alapján) a hegy térfogata nagyobb, mint $1,5 \text{ km}^3$?

Egy új badacsonyi borászat vezetője üzleti tervet készít. Úgy számol, hogy a második évtől kezdve minden évben 5%-kal több bort fog előállítani, mint az előző évben. Az első 10 évben szeretne összesen 1000 hektoliter bort előállítani.

- d) Hány hektoliter bort fog előállítani a tizedik évben, ha a terv teljesül?

| | | |
|------------|---------|--|
| a) | 2 pont | |
| b) | 5 pont | |
| c) | 5 pont | |
| d) | 5 pont | |
| Ö.: | 17 pont | |

Név: osztály:.....

| | a feladat sorszáma | pontszám | | |
|-----------------|--------------------|--------------------------|-------|----------|
| | | maximális | elért | összesen |
| II. A rész | 13. | 11 | | |
| | 14. | 12 | | |
| | 15. | 13 | | |
| II. B rész | | 17 | | |
| | | 17 | | |
| | | ← nem választott feladat | | |
| ÖSSZESEN | | 70 | | |

| | pontszám | |
|---|------------|-------|
| | maximális | elért |
| I. rész | 30 | |
| II. rész | 70 | |
| Az írásbeli vizsgarész pontszáma | 100 | |

dátum

javító tanár

| | pontszáma egész számra kerekítve | |
|----------|---|-----------------|
| | elért | programba beírt |
| I. rész | | |
| II. rész | | |

dátum

dátum

javító tanár

jegyző