

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

minden vizsgázó számára

2023. október 17. 8:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Adja meg az 1848 prímtényezős felbontását!

1848 =	2 pont	
--------	--------	--

2. Egy építkezésre teherautókkal szállítják a homokot. Öt egyforma teherautó mindegyikének nyolcszor kellene fordulnia, hogy az összes homokot odaszállítsák. Hány fordulóval tudná odaszállítani ugyanezt a mennyiségű homokot négy ugyanekkora teherautó?

	2 pont	
--	--------	--

3. Egy derékszögű háromszög két befogója 10 és 24 cm hosszú. Számítsa ki az átfogó hosszát, és a 10 cm-es befogóval szemközti szög nagyságát! Válaszát indokolja!

	2 pont	
Az átfogó hossza cm.	1 pont	
A 10 cm-es befogóval szemközti szög nagysága fok.	1 pont	

4. Válassza ki az alábbi, a valós számok halmazán értelmezett függvények közül azt, amelyik nem vesz fel negatív értéket!

A) $x \mapsto x + 3$

B) $x \mapsto x^2 - 3$

C) $x \mapsto |x - 3|$

	2 pont	
--	--------	--

5. Egy autók bérbeadásával foglalkozó cég honlapja szerint ha legfeljebb 5 napra bérlünk egy bizonyos típust, akkor a bérlet díja 7500 Ft/nap. Ha legalább 6 napra béreljük ugyanezt a típust, akkor a bérlet díja csak 6300 Ft/nap.
Mennyivel magasabb a teljes bérleti díj, ha 5 nap helyett 6 napra béreljük ezt a típust?

A teljes bérleti díj 6 napra Ft-tal magasabb, mint 5 napra.	2 pont	
---	--------	--

6. Egy meteorológiai állomáson november első hetében az alábbi napi hőmérsékleti maximumokat mérték (°C-ban): 9, 5, 6, 9, 6, 6, 8. Adja meg az adatok átlagát, terjedelmét és mediánját!

Az átlag: °C	1 pont	
A terjedelem: °C	1 pont	
A medián: °C	1 pont	

7. Egy dobozban 10 piros és néhány zöld golyó van. Tudjuk, hogy ha egy golyót kihúzunk véletlenszerűen a dobozból, akkor $\frac{2}{3}$ annak a valószínűsége, hogy a golyó piros. Hány zöld golyó van a dobozban?

A dobozban zöld golyó van.	2 pont	
----------------------------	--------	--

8. Bontsa fel a zárójeleket az alábbi kifejezésben, és végezze el a lehetséges összevonásokat! Megoldását részletezze!

$$(a+1)(a-1) + (a+4)^2$$

	2 pont	
A kifejezés összevont alakja:	1 pont	

- 9.** Egy vasúti tartálykocsi tömege üres tartállyal 23,8 tonna. Ebben a tartálykocsiban maximum 60 000 liter üzemanyagot szállíthatnak. Egy liter üzemanyag tömege 0,85 kg. Hány tonna a tartálykocsi tömege tele tartállyal? Megoldását részletezze!

	2 pont	
A tartálykocsi tömege tele tartállyal t.	1 pont	

- 10.** Egy kör egyenlete: $(x - 2)^2 + (y - 4)^2 = 25$.
Adja meg a kör középpontjának koordinátáit és a kör sugarát!

A kör középpontja:	1 pont	
A kör sugara:	1 pont	

- 11.** Adja meg a nemnegatív valós számok halmazán értelmezett $x \mapsto \sqrt{x} - 3$ függvény zérushelyét!

A függvény zérushelye:	2 pont	
------------------------	--------	--

- 12.** Egy szabályos pénzérmét háromszor feldobunk. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a három dobás közül pontosan egy lesz fej! Válaszát indokolja!

	2 pont	
A keresett valószínűség:	1 pont	

		pontszám	
		maximális	elért
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	2	
	3. feladat	4	
	4. feladat	2	
	5. feladat	2	
	6. feladat	3	
	7. feladat	2	
	8. feladat	3	
	9. feladat	3	
	10. feladat	2	
	11. feladat	2	
	12. feladat	3	
ÖSSZESEN		30	

_____ dátum

_____ javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		

_____ dátum

_____ dátum

_____ javító tanár

_____ jegyző

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2023. október 17.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

minden vizsgázó számára

2023. október 17. 8:00

II.

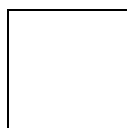
Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

OKTATÁSI HIVATAL

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részsámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban felkelhető táblázatok helyettesítése (\sin , \cos , tg , \log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletsámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

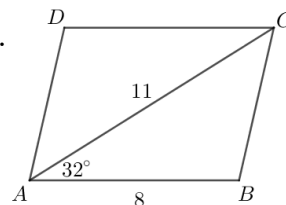
A

13. Adott a valós számok halmazán értelmezett f függvény: $f(x) = (x - 3)^2 + 2$.

- a) Mit rendel az f függvény az $x = 3,5$ -hez?
- b) Mely számokhoz rendeli az f függvény a 6-ot?
- c) Válassza ki az alábbiak közül az f függvény értékkészletét!
 A: $[-3; \infty[$ B: $[2; \infty[$ C: $[3; \infty[$ D: $[2; 3]$ E: \mathbf{R}
- d) Oldja meg az $x^2 - 6x + 11 \leq 3$ egyenlőtlenséget az **egész** számok halmazán!

a)	2 pont	
b)	4 pont	
c)	2 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

- 14.** Az $ABCD$ paralelogramma AB oldala 8 cm, AC átlója 11 cm hosszú.
Az AB oldal és az AC átló 32° -os szöget zár be egymással.

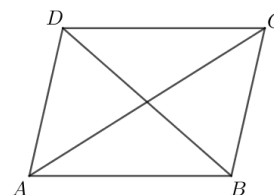


- a) Számítsa ki a BC oldal hosszát!
b) Számítsa ki a paralelogramma területét!

Az AC átló felezőpontjából az AB -re bocsátott merőleges szakasz talppontját jelölje T .

- c) Számítsa ki, mekkora részekre osztja az AB oldalt a T pont!

Az $ABCD$ paralelogrammát a két átlója négy tartományra osztja. Ezeket kiszínezzük pirosra, sárgára vagy kékre úgy, hogy minden színt legalább egy tartomány kiszínezéséhez felhasználunk, és oldalszomszédos tartományok nem lehetnek azonos színűek. (Minden tartományt egy színnel színezzünk ki.)



- d) Hányféleképpen színezhető ki a feltételeknek megfelelően a paralelogramma?
(Két színezést különbözőnek tekintünk, ha van olyan tartomány, amelyik a két színezésben eltérő színű.)

a)	3 pont	
b)	3 pont	
c)	3 pont	
d)	4 pont	
Ö.:	13 pont	

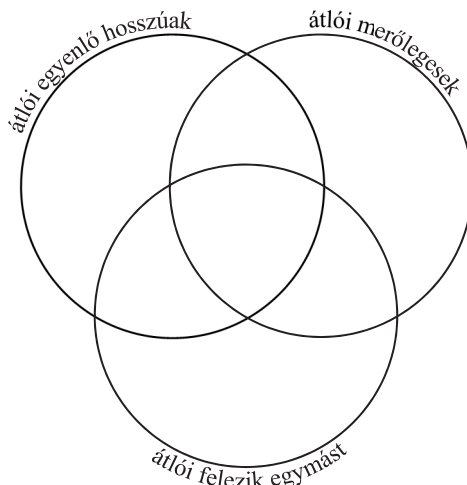
15. a) A H alaphalmaz a négyszögek halmaza. Az alábbi Venn-diagramon a H három részhalmaza látható. Írja be az alábbi négyszögek betűjelét a diagram megfelelő részébe!

N : Egy négyzet.

T : Egy téglalap, melynek oldalai 3, illetve 5 cm hosszúak.

R : Egy rombusz, melynek egyik szöge 60 fokos.

P : Egy paralelogramma, melynek oldalai 3, illetve 5 cm hosszúak, és egyik szöge 60 fokos.



- b) Határozza meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)! Válaszait indokolja!

I. Ha az A és a B halmaznak is két eleme van, akkor az $A \cup B$ halmaz négyelemű.

II. A kétjegyű négyzetszámok halmazának hat eleme van.

a)	7 pont	
b)	4 pont	
Ö.:	11 pont	

B

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

16. Az előző tanévben Janka történelemből kapott első három jegye 3, 3, 4 volt. A tanév hátralevő részében már csak ötösöket kapott.

a) Hány ötöst kapott összesen történelemből Janka, ha tudjuk, hogy a tanév végén éppen 4,5 lett az átlaga?

Janka a szüleitől minden hónapban annyiszor 1000 Ft zsebpénzt kap, ahányadik évfolyamra éppen jár. (Az elsőtől a tizenkettedikig Janka egy-egy évfolyamra mindig 12 hónapig jár.)

b) Összesen mennyi zsebpénzt kap Janka a 12 év alatt, amíg elvégzi az általános és a középiskolát?

Egy mértani sorozat hányadosa 3, a sorozat első kilenc tagjának az összege 59 046.

c) Határozza meg a sorozat első és kilencedik tagját!

Egy bankban 50 000 Ft-ot helyezünk el évi p százalékos kamatos kamatra. Három év elteltével a kamatokkal növelt összeg 59 046 Ft.

d) Számítsa ki p értékét!

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

17. Egy gyorsvonat (a mozdony mögött) öt másodosztályú személykocsiból, egy kerékpár-szállító kocsiból, valamint egy étkezőkocsiból áll.

a) Hányféle sorrendben állíthatják össze a hét kocsit, ha a másodosztályú személykocsikat nem különböztetjük meg egymástól?

Ha jegykiadó automatából vásároljuk meg a vonatjegyünket, akkor a jegy árából 5% kedvezményt kapunk.

b) Hány Ft annak a vonatjegynek a kedvezmény nélküli ára, melyért (jegykiadó automatából vásárolva) 3040 Ft-ot fizettünk?

2022 januárjában egy havi vasúti tanulóbérlet ára 30 km-es távolságra 2140 Ft volt (erre további kedvezmény nem járt). Ugyanerre a távolságra egy tanulónak a menetjegy ára 280 Ft volt, amelyből 5% kedvezményt kapott az utas, ha jegykiadó automatából vásárolta meg a jegyet.

A középiskolás Ábel ebben a hónapban többször utazott vonattal ezen a 30 km-es távolságon, így már jobban megérte neki havi tanulóbérletet venni. Ha eggyel kevesebbszer utazott volna, akkor viszont olcsóbb lett volna egyesével (jegykiadó automatából) jegyeket vásárolnia.

c) Hányszor utazott ebben a hónapban Ábel ezen a 30 km-es távolságon?

A négytagú Kiss és az öttagú Nagy család vonattal utazott közös nyaralásuk helyszínére. A Kiss család két teljes árú, egy 20%-os mérséklésű és egy 50%-os mérséklésű menetjegyet, valamint négy gyorsvonati pótjegyet vett a jegypénztárban. Ezekért összesen 7960 Ft-ot fizettek.

A Nagy család öt 90%-os mérséklésű menetjegyet és öt gyorsvonati pótjegyet vett a jegypénztárban. Ők ezekért összesen 1975 Ft-ot fizettek.

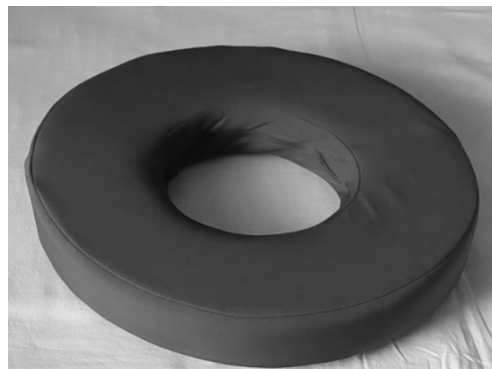
(A gyorsvonati pótjegyek ára egységes. A 20%-os, 50%-os, illetve 90%-os mérséklésű menetjegy azt jelenti, hogy a jegy ára a teljes árú menetjegy áránál rendre annak 20, 50, illetve 90%-ával kevesebb.)

d) Mennyibe került az adott utazáson egy teljes árú menetjegy, és mennyibe került egy gyorsvonati pótjegy?

a)	3 pont	
b)	2 pont	
c)	4 pont	
d)	8 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 18.** Egy párnákat gyártó cég a képen látható ülőpárnát szivacsból készíti, majd szövetrel befedi. A szivacsból először egy 42 cm átmérőjű, 7 cm magasságú körhengert vágnak ki. Ezután a henger közepéből kivágnak egy 18 cm átmérőjű kisebb körhengert. (A két henger alapkörének középpontja egybeesik.)



- a) Számítsa ki a párna szivacsos részének térfogatát!
- b) Mennyi szövetre van szükség 30 párna befedéséhez? Válaszát négyzetméterben, egészre kerekítve adja meg! (A veszteségektől itt eltekintünk.)

A gyártás során egy párna 0,03 valószínűséggel selejtes lesz.

- c) Határozza meg annak a valószínűségét, hogy 30 legyártott párnából legfeljebb egy lesz selejtes!

a)	4 pont	
b)	8 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

	a feladat sorszáma	pontszám		
		maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	12		
	14.	13		
	15.	11		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
ÖSSZESEN		70		

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	100	

dátum

javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző