

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2017. október 17.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2017. október 17. 8:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Egy forgáskúp alapkörének sugara 5 cm, magassága 9 cm hosszú.
Számítsa ki a kúp térfogatát!

A kúp térfogata	cm ³ .	2 pont	
-----------------	-------------------	--------	--

2. Az A halmaz elemei a 12 pozitív osztói.
A B halmaz elemei a 15-nél kisebb (pozitív) prímszámok.
Adja meg elemei felsorolásával az A , a B és az $A \setminus B$ halmazt!

$A =$		3 pont	
$B =$			
$A \setminus B =$			

3. Adja meg x értékét, ha $5^x = (5^2 \cdot 5 \cdot 5^4)^3$.

$x =$		2 pont	
-------	--	--------	--

4. A 8-nak és egy másik pozitív számnak a mértani közepe 12. Melyik ez a másik szám?

A másik szám:	2 pont	
---------------	--------	--

5. Milyen számjegyeket írhatunk a c helyére, hogy a $\overline{64c39c}$ hatjegyű szám osztható legyen 3-mal? Válaszát indokolja!

	2 pont	
$c =$	1 pont	

6. Hány éle van egy 8 pontú teljes gráfnak?

A gráf éleinek száma:	2 pont	
-----------------------	--------	--

7. Adja meg az alábbi állítások logikai értékét (igaz vagy hamis)!

- A: Egy szabályos dobókockával egyszer dobva $\frac{2}{6}$ annak a valószínűsége, hogy négyzetszámot dobunk.
- B: Két szabályos pénzérmét feldobva $\frac{1}{3}$ annak a valószínűsége, hogy mindkettővel írást dobunk.
- C: Az egyjegyű pozitív egész számok közül egyet véletlenszerűen választva $\frac{4}{9}$ annak a valószínűsége, hogy páros számot választunk.

A:		
B:	2 pont	
C:		

8. Egy születésnap összejövetelen egy 7 fős társaság tagjai közül néhányan koccintottak egymással. Lehetséges-e, hogy az egyes résztvevők 1; 2; 2; 3; 3; 6; 6 másik résztvevővel koccintottak az összejövetel során? Válaszát indokolja!

	2 pont	
A válasz:	1 pont	

9. Határozza meg a $] -2; 2[$ (nyílt) intervallumon értelmezett $x \mapsto x^2 - 1$ függvény értékészletét!

A függvény értékészlete:	3 pont	
--------------------------	--------	--

10. Egy adathalmazban öt adat van: 0; 1; 2; 3; 4.
Számítsa ki az adathalmaz szórását!

A szórás:	2 pont	
-----------	--------	--

11. Mely x -ekhez rendel a $[0; 2\pi]$ intervallumon értelmezett $x \mapsto \cos x$ függvény $\frac{1}{2}$ -et?

$x =$	2 pont	
-------	--------	--

12. Anna, Bence, Cili és Dénes véletlenszerűen leülnek egymás mellé egy padra. Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy sem két fiú, sem két lány nem ül egymás mellé! Válaszát indokolja!

	3 pont	
A válasz:	1 pont	

		pontszám	
		maximális	elért
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	3	
	3. feladat	2	
	4. feladat	2	
	5. feladat	3	
	6. feladat	2	
	7. feladat	2	
	8. feladat	3	
	9. feladat	3	
	10. feladat	2	
	11. feladat	2	
	12. feladat	4	
ÖSSZESEN		30	

_____ dátum

_____ javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		

_____ dátum

_____ dátum

_____ javító tanár

_____ jegyző

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2017. október 17.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2017. október 17. 8:00

II.

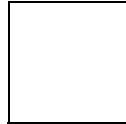
Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.



4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban feltehető táblázatok helyettesítése (\sin , \cos , tg , \log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

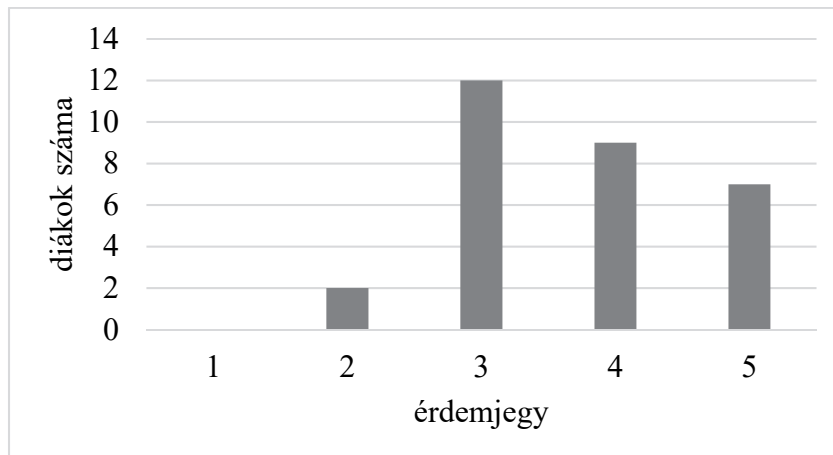
13. a) Oldja meg az alábbi egyenletet a valós számok halmazán!

$$(2x - 3)^2 = x^2$$

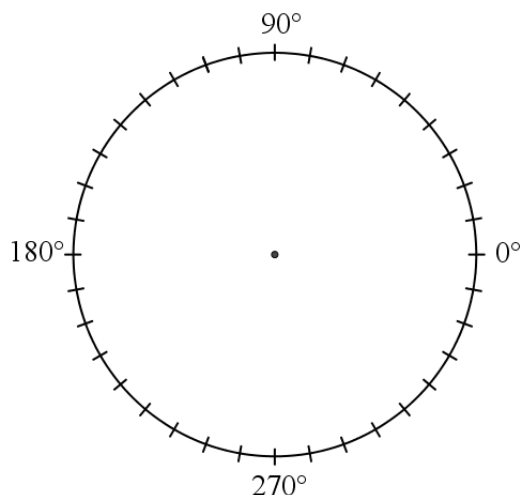
b) Hány olyan (pozitív) háromjegyű páratlan szám van a tízes számrendszerben, amelynek minden számjegye különböző?

a)	5 pont	
b)	5 pont	
Ö.:	10 pont	

14. Egy 30 fős osztály matematikaérettségi vizsgájának érdemjegyei olvashatók le az alábbi diagramról.



- a) Adja meg az osztály matematikaérettségi érdemjegyeinek átlagát, mediánját és móduszát!
- b) Ábrázolja az érdemjegyek eloszlását kördiagramon!

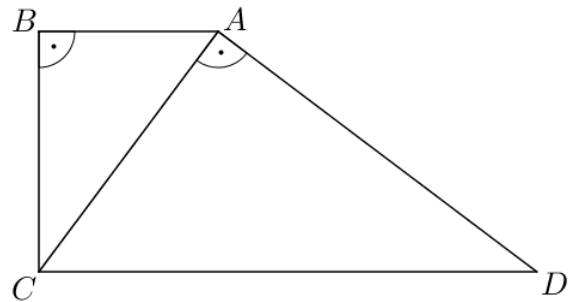


Az osztály tanulóinak matematikaérettségi dolgozatai közül az érettségi elnök véletlenszerűen kiválaszt és megvizsgál kettőt.

- c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy mindkét kiválasztott dolgozat érdemjegye hármas! Válaszát három tizedesjegyre kerekítve adja meg!

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	12 pont	

- 15.** Két derékszögű háromszöget egy-egy oldalukkal egymáshoz illesztettünk az ábrának megfelelően.
Így az $ABCD$ derékszögű trapézt kaptuk.



- a)** Igazolja, hogy az ABC és a CAD háromszög hasonló!

Legyen $AB = 9$ cm, $AC = 15$ cm.

- b)** Számítsa ki a trapéz AD oldalán fekvő szögeinek nagyságát!
c) Számítsa ki a trapéz területét!

a)	3 pont	
b)	4 pont	
c)	7 pont	
Ö.:	14 pont	

B

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 16.** A mobiltelefonok 1990 végén jelentek meg Magyarországon. Az előfizetések száma gyorsan nőtt: 2002 végén már kb. 7 millió, 2008 végén pedig kb. 12 millió előfizetés volt az országban.

a) Hány százalékkal nőtt a mobiltelefon előfizetések száma 2002 végétől 2008 végéig?

1993 és 2001 között az egyes évek végén nyilvántartott mobiltelefon-előfizetések számát – ezer darabban – jó közelítéssel a következő függvény adja meg:

$$f(x) = 51 \cdot 1,667^x, \text{ ahol } x \text{ az 1992 vége óta eltelt évek számát jelöli.}$$

b) A függvény alapján hány mobiltelefon-előfizető lehetett 2000 végén?

A kezdeti időszakban a mobilhálózatból indított hívások száma is gyors növekedést mutatott. 1991 januárjában Magyarországon körülbelül 350 000 mobilhívást indítottak, majd ettől a hónaptól kezdve minden hónapban megközelítőleg 6,5%-kal nőtt a hívások száma az előző havi hívások számához viszonyítva (egészen 2002-ig).

c) Melyik évben volt az a hónap, amelyben az egy havi mobilhívások száma először elérte a 100 milliót?

A mobiltelefonok elterjedése egy idő után a vezetékestelefon-előfizetések és hívások számának csökkenését eredményezte. A vezetékestelefon-hálózatból indított hívások száma Magyarországon 2000-ben kb. 4200 millió volt, majd ez a szám évről évre kb. 8%-kal csökkent.

d) Hány hívást indítottak vezetékes hálózatból 2009-ben, és összesen hány vezetékes hívás volt a 2000 elejétől 2009 végéig terjedő tízéves időszakban?

a)	2 pont	
b)	3 pont	
c)	6 pont	
d)	6 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

17. A derékszögű koordináta-rendszerben adott a $4x + y = 17$ egyenletű e egyenes, továbbá az e egyenesre illeszkedő $C(2; 9)$ és $T(4; 1)$ pont. Az A pont az origóban van.

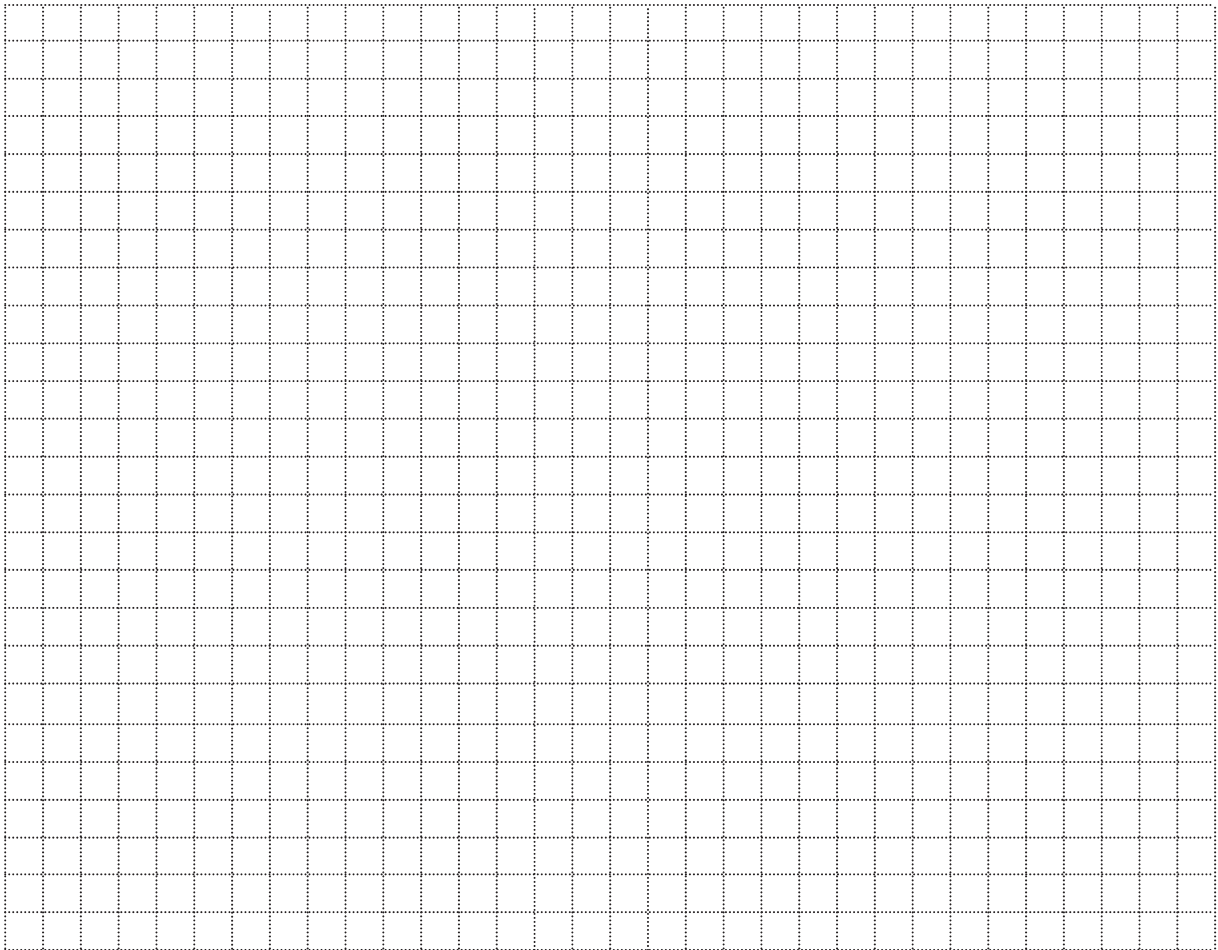
a) Igazolja, hogy az ATC szög derékszög!

Az A pont e egyenesre vonatkozó tükörképe a B pont.

b) Számítsa ki a B pont koordinátáit!

c) Határozza meg az ABC egyenlő szárú háromszög körülírt köre középpontjának koordinátáit!

a)	4 pont	
b)	4 pont	
c)	9 pont	
Ö.:	17 pont	



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

18. Egy matematikaversenyen 25 feladatot kell a résztvevőknek megoldaniuk 75 perc alatt. A felkészülés során Vera azt tervezgeti, hogy mennyi időt töltsön majd a könnyebb feladatok megoldásával, és mennyi időt hagyjon a nehezebbekre. Az első feladatra 1 percet szán. A versenyfeladatok általában egyre nehezedő sorrendben vannak megadva; Vera ezt úgy veszi figyelembe a tervezésnél, hogy a második feladattól kezdve mindig ugyanannyival növeli az egyes feladatok megoldására fordítható időt. Vera a rendelkezésére álló teljes időtartamot szeretné kitölteni a feladatok megoldásával.

a) A terv szerint összesen mennyi időt szán Vera az utolsó 4 feladat megoldására?

A versenyzőknek minden feladat megoldása után öt lehetséges válasz közül kell az egyetlen helyes választ kiválasztaniuk. Egy versenyző pontszámának kiszámítása a $4 \cdot H - R + F$ képlettel történik, ahol H a helyes válaszok, R a rossz válaszok, F pedig a kitűzött feladatok számát jelenti (a kihagyott feladatokra 0 pont jár). Vera a 25 kitűzött feladat közül 3-at hagyott ki, és összesen 93 pontot szerzett.

b) Hány helyes választ adott Vera?

Vera osztályából összesen 11-en indultak a versenyen. Közülük ugyanannyian oldották meg a 24-es, mint a 25-ös feladatot. Sőt, ugyanennyien voltak azok is, akik a két feladat egyikét sem oldották meg. Egy olyan versenyző volt az osztályban, aki a 24-es és a 25-ös feladatot is megoldotta.

c) Hányan voltak az osztályban azok, akik a 24-es feladatot megoldották, de a 25-ös feladatot nem?

a)	7 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
Ö.:	17 pont	

	a feladat sorszáma	pontszám		
		maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	10		
	14.	12		
	15.	14		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
ÖSSZESEN		70		

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	100	

dátum

javitó tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javitó tanár

jegyző