

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2007. május 8.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

**OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS
MINISZTERIUM**

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

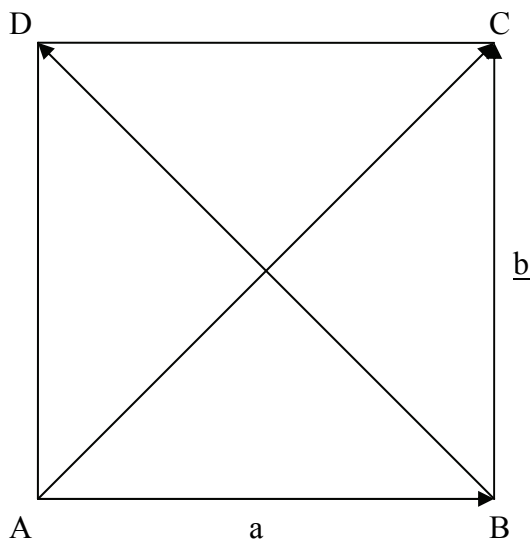
1. A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal** kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerül.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra.
5. Az ábrán kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti.

Tartalmi kérések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél **kevésbé részletezett**.
4. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
5. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel, mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
6. Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **megjegyzés** vagy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
7. Egy feladatra adott többféle helyes megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**.
8. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
9. Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
10. **A vizsgafeladatsor II./B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben –feltehetőleg– megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

I.

1.		
$\frac{223650}{210000} = 1,065$	1 pont	
Az éves kamat: 6,5%-os	1 pont	
Összesen:	2 pont	

2.		
		
$\vec{AC} = \underline{a} + \underline{b}$	1 pont	
$\vec{BD} = \underline{b} - \underline{a}$	1 pont	
Összesen:	2 pont	

3.		
A megoldóképletből a gyökök: $x_1 = 7$ és $x_2 = -5$.	2 pont	
Ellenőrzés	1 pont	
Összesen:	3 pont	

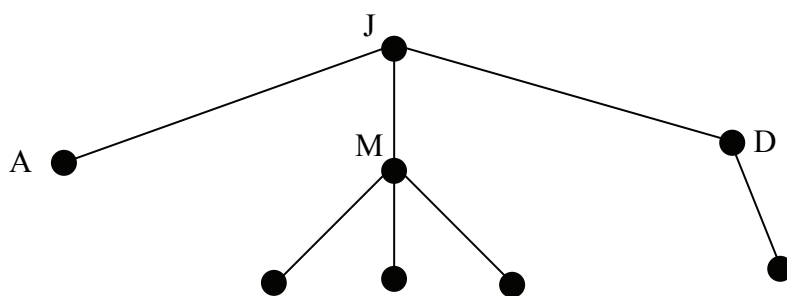
4.		
Egy óra $\leftrightarrow 30^\circ$, így a mutatók szöge: 150° .	2 pont	
Összesen:	2 pont	

5.		
a) Igaz.	1 pont	
b) Nem eldönthető.	1 pont	
Összesen:	2 pont	

6.		
Ábrázolás.	2 pont	<i>Bármilyen módon kapott helyes grafikon 2 pont. Ha megállapítja, hogy a függvény $x \geq 0$-ra értelmezett, de nem ábrázolja: 1 pont.</i>
$x = 1$	1 pont	
Összesen:	3 pont	

7.		
60°	1 pont	<i>Ha más szögeket is felír (helyesen használva a periódusokat), akkor csak 1 pont adható.</i>
240°	1 pont	
Összesen:	2 pont	

8.



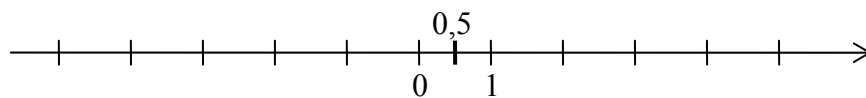
Az ábrázolás.	1 pont	
A csúcsok száma: 8.	1 pont	
Az élek száma: 7.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

9.

$$z = 4^{-0,5} = \frac{1}{\sqrt{4}} = 0,5$$

2 pont

*Csak közbülső alak felírása
1 pont; a jó végeredmény
közlése részletezés nélkül is
2 pont.*



Számegyenesen ábrázolás.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

10.

Összes eset: 6 db.	1 pont	
Kedvező esetek: 2 db (3; 6).	1 pont	
A valószínűség $2/6 = 1/3$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

11.

A módusz: 24° .	1 pont	
A medián: 23° .	1 pont	
Összesen:	2 pont	

12.

$V = r^2 \cdot \pi \cdot m = 11^2 \cdot \pi \cdot 25 \text{ cm}^3 = 9,5 \text{ liter}$	3 pont	<i>Képlet, behelyettesítés, átváltás: 1-1 pont.</i>
Összesen:	3 pont	

II/A

13. a)		
Az értelmezési tartomány: $x \neq 2$, vagy behelyettesítéssel ellenőriz.	1 pont	
$7 = -7 + 3,5x$	1 pont	
$x = 4$, ami egész szám.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

13. b)		
A tört akkor pozitív, ha $2 - x > 0$,	1 pont	
amiből $x < 2$, és x egész szám.	2 pont	
Összesen:	3 pont	<i>Ha $(2 - x)$-szel előjelvizsgálat nélkül bővít: 0 pont.</i>

13. c)		
A nevező 7 osztója kell legyen,	2 pont	<i>Akkor is jár, ha csak a megoldás leírásából derül ki.</i>
tehát $2 - x = 1$ vagy 7	1 pont	
ill. $2 - x = -1$ vagy -7 ,	1 pont	
ahonnan x -re adódik: $-5; 9; 1; 3$.	2 pont	
Összesen:	6 pont	<i>Ha csak a pozitív értékekkel számol, maximum 4 pontot kaphat.</i>

14. a)		
Az ábra felvétele. (A húr merőleges az érintési ponthoz húzott sugárra, amely a Pitagorasz tételéből is kiderülhet.)	2 pont	
Összesen:	2 pont	

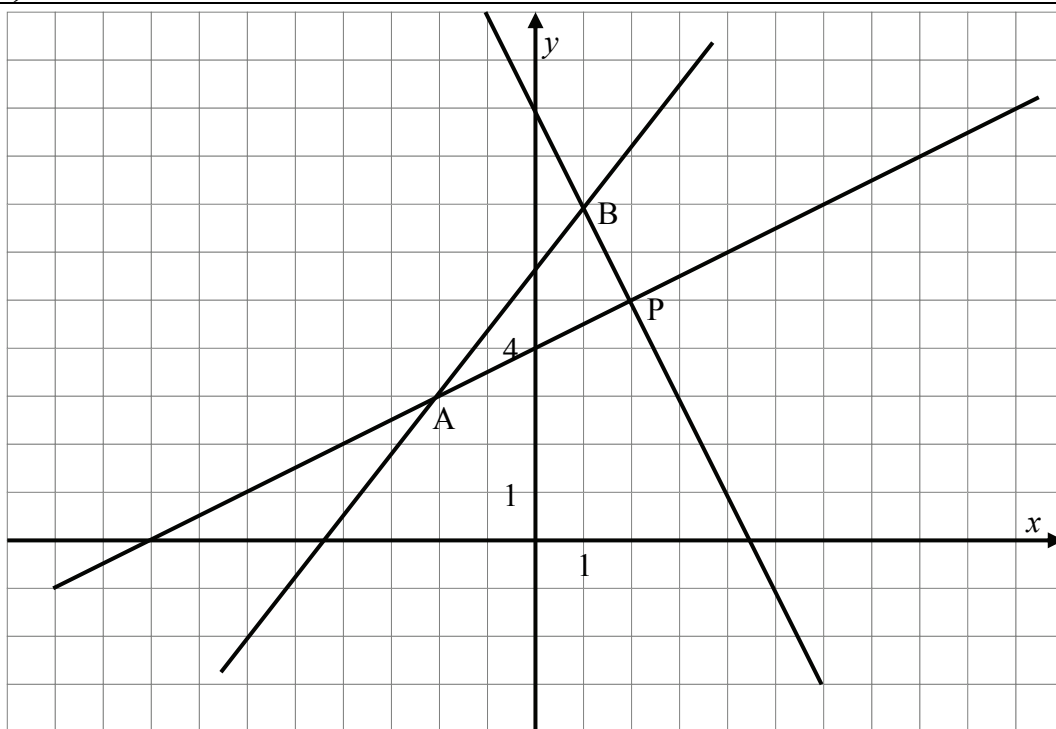
14. b)		
A körök sugarai: r és $R = r + 8$	1 pont	
Az OAE derékszögű háromszög befogói r és r , az átfogója R .	1 pont	<i>Ha csak ábrán látszik ez a gondolat, akkor is jár a pont.</i>
Pitagorász tételét felírva az OAE derékszögű háromszögben: $(r + 8)^2 = 2r^2$.	2 pont	
$r^2 - 16r - 64 = 0$	2 pont	
A megoldóképletbe helyettesítéssel:	1 pont	
A negatív gyök, $8(1 - \sqrt{2})$ nem ad megoldást,	1 pont	
így $r = 8(1 + \sqrt{2}) \approx 19,3$ cm, és	1 pont	<i>Az eredmények a közeletű értékek feltüntetése és a mértékegység nélkül is teljes értékűek.</i>
$R = r + 8 = 8(2 + \sqrt{2}) \approx 27,3$ cm hosszúak a körök sugarai.	1 pont	
Összesen:	10 pont	

15. a)		
Halmazábra.	2 pont	<i>Az ismeretlenek beírása nélkül is jár a 2 pont.</i>
Összesen:	2 pont	

15. b)		
Legyen x futó a három halmaz metszetében és $x + y$ bármely két futószámában.	2 pont	
Felírható: $x + 2y = 8$ (a 100-as futókra),	2 pont	
$4 + y + 7 = 14$ (a 100-ason kívüliekre).	2 pont	
Utóbbiból: $y = 3$, az előzőből $x = 2$,	3 pont	
így 5 futó van a halmazpárokbán (közös tagok száma).	1 pont	
Összesen:	10 pont	

II/B

16. a)



Ábrázolás.	1 pont	
$y = \frac{1}{2}x + 4$	1 pont	
Összesen:	2 pont	

16. b)

A P pont rajta van az egyenesen: $5 = \frac{1}{2} \cdot 2 + 4$	1 pont	
a merőleges meredeksége: -2	1 pont	
$y = -2x + 9$	2 pont	
Összesen:	4 pont	<i>Ábrából történő leolvasásra maximum 3 pont adható.</i>

16. c)

$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{2}x + 4 = y \\ 4x - 3y = -17 \end{array} \right\} \text{megoldása:}$ $x = -2; \quad y = 3 \quad A(-2; 3)$	2 pont	
---	--------	--

$\left. \begin{array}{l} -2x + 9 = y \\ 4x - 3y = -17 \end{array} \right\} \text{megoldása:}$	2 pont	
$x = 1; \quad y = 7 \quad B(1; 7)$		
Összesen:	4 pont	

16. d)		
$PA = \sqrt{20}; \quad PB = \sqrt{5}$	2 pont	<i>A átfogóval is számolható.</i>
A háromszög területe: $\frac{\sqrt{20} \cdot \sqrt{5}}{2} = 5$ területegység.	2 pont	
Összesen:	4 pont	

16. e)		
A derékszögű háromszög átfogójának felezéspontja a kör középpontja,	1 pont	
koordinátái $(-0,5; 5)$	2 pont	
Összesen:	3 pont	

17. a)		
		<p><i>Az antenna túlnyúlik: 1 pont, a gúla látszik: 1 pont, az antenna az átlók metszéspontjából indul: 1 pont. (Az első és az utolsó megjegyzés a számításból is kiderülhet, akkor is jár a pont.)</i></p>
$a = 10 \text{ m}$ $b = 14,5 \text{ m}$		
Az ábra felvétele.	3 pont	
Összesen:	3 pont	

17. b)		
A „sátor” egy lapja egyenlő szárú háromszög a, b, b oldalakkal. Az alaphoz tartozó magassága: $m_o = \sqrt{14,5^2 - 5^2} \approx 13,61$ m	2 pont	
Az együttes terület $4 \cdot \frac{a \cdot m_o}{2}$, a behelyettesítés után ≈ 272 m ² .	2 pont	<i>Ha nem kerekít m²-re, 1 pont jár.</i>
Összesen:	4 pont	

17. c)		
Az a oldalú négyzet átlójának hossza: $a\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \approx 14,1$ (m)	2 pont	
Felvehető az AOE derékszögű háromszög, ahol AO az átló fele: $5\sqrt{2}$	2 pont	
A Pitagorasz-tétel ebben a derékszögű háromszögben: $OE^2 = 14,5^2 - (5\sqrt{2})^2 \approx 160,25$ (m ²)	3 pont	
$OE \approx 12,66$ m	1 pont	
Az antenna magassága: $1,5 \cdot OE \approx 18,99$ m, közelítőleg 190 dm.	2 pont	<i>Ha a választ nem dm-ben adja meg, vagy rosszul kerekít, akkor 1 pontot kaphat.</i>
Összesen:	10 pont	

18. a)		
$8 + 11 + 14 + 17 + 20 = 70$ szót tanulok az első héten,	1 pont	
$70 \cdot 0,8 = 56$ új szót tudok egy hét elteltével.	1 pont	
Összesen:	2 pont	

18. b) **		
Számtani sorozatot kapunk, $a_1 = 56, d = 4, n = 13$.	3 pont	<i>A pontszám bontható. A sorozat megnevezése 1 pont, a jellemzők a későbbiekől kiderülhetnek.</i>
Összesen:	3 pont	

18. c)**		
$a_{13} = a_1 + (n - 1) \cdot d = 56 + 12 \cdot 4 = 104$ új szót jegyzek meg a 13. héten.	3 pont *	<i>A képlet, a behelyettesítés, a számolás 1-1 pontot ér.</i>
Összesen:	3 pont	

18. d)**		
$S_{13} = \frac{a_1 + a_{13}}{2} \cdot 13 = \frac{56 + 104}{2} \cdot 13 = 1040$ szót jegyzek meg a negyedév alatt.	3 pont*	<i>A képlet, a behelyettesítés, a számolás 1-1 pontot ér.</i>
Összesen:	3 pont	
* Ha a kérdésekre a tanult szavak számának táblázatszerű felsorolásával, és ezek összeadásával helyesen válaszol, teljes pontszámot kap.		

18. e)		
70 szóból választok ki kettőt, amit $\binom{70}{2}$ -féleképpen lehet.	2 pont	
Az 56 megtanultból választom ki a kettőt	2 pont	
$\frac{\binom{56}{2}}{\binom{70}{2}} (\approx 0,638)$ a valószínűsége, hogy mindkettőt tudom.	2 pont	<i>A hányados felírásával, a tizedes tört kiszámítása nélkül is 2 pont.</i>
Összesen:	6 pont	

** Megjegyzés: Ha a vizsgázó a feladatot úgy értelmezi, hogy a második héttől kezdődően a hétnek hat napján tanul új szavakat, akkor is a fentieknek megfelelően kell pontozni. Ez a gondolkodás a

b) kérdésre nem kap egész számokból álló sorozatot, de a tagok egészre kerekített értéke szigorúan monoton növekvő sorozat, a

c) kérdésre a megoldása: A második héten 99 szót tanult, a tizenharmadik héten $99 + 11 \cdot 6 = 165$ szót. Tehát $165 \cdot 0,8 = 132$ új szót jegyez meg, a

d) kérdésre megoldása: $\left(70 + \frac{99 + 165}{2} \cdot 12\right) \cdot 0,8 \approx 1323$ új szót jegyez meg.