

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2007. május 8.

MATEMATIKA

EMELT SZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

**OKTATÁSI ÉS KULTURÁLIS
MINISZTERIUM**

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

1. A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal** kell javítani, és a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölni a hibákat, hiányokat stb.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerül.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra.

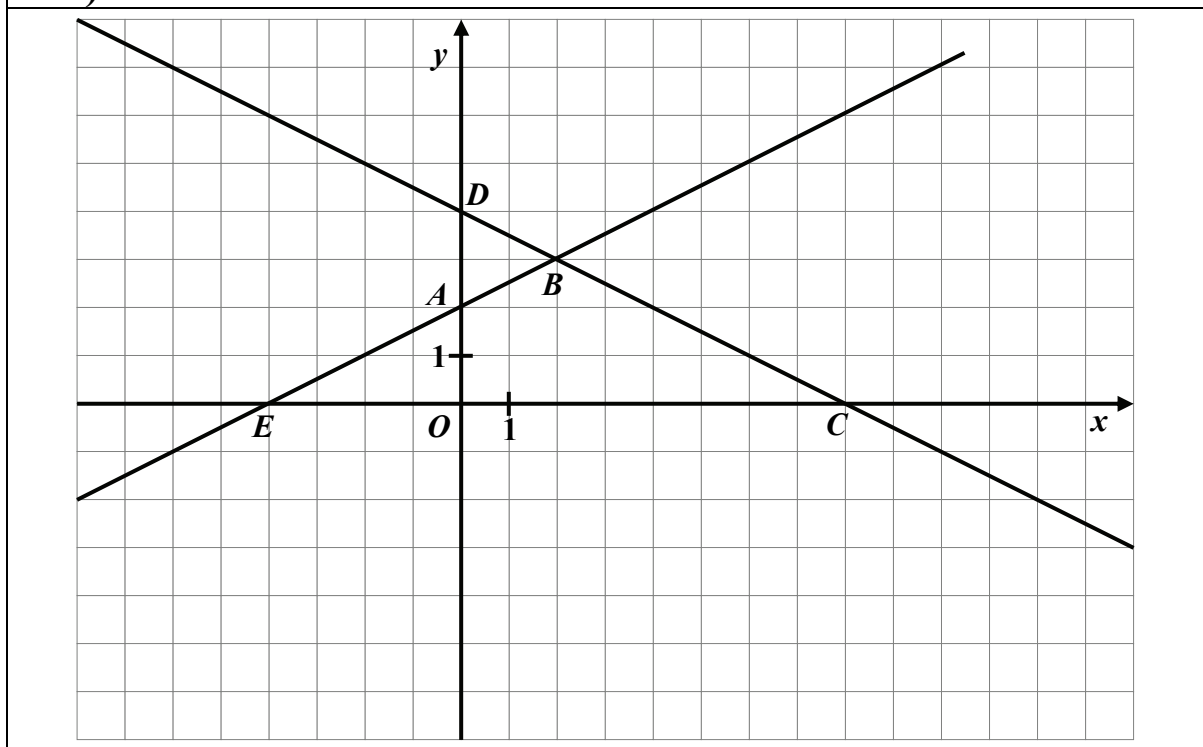
Tartalmi kérések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók**. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Nyilvánvalóan helyes gondolatmenet és végeredmény esetén maximális pontszám adható akkor is, ha a leírás az útmutatóban szereplőnél **kevésbé részletezett**.
4. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
5. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel, mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változik meg.
6. Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **megjegyzés** vagy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
7. Egy feladatra adott többféle helyes megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**.
8. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
9. Az olyan részszerkesztésekért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
10. **A vizsgafeladatsor II. részében kitűzött 5 feladat közül csak 4 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

I.

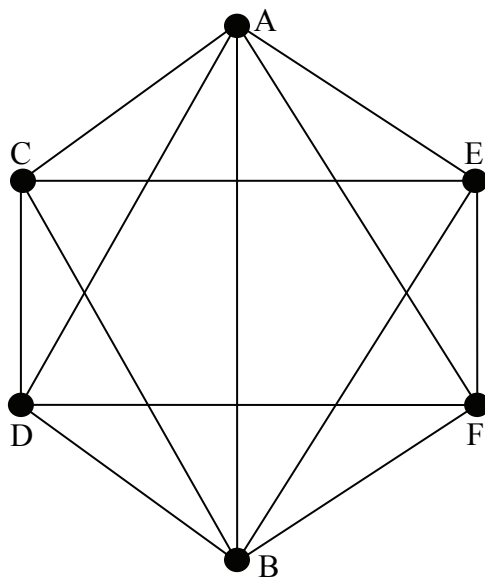
1.		
Az első egyenletet alakítsuk át a logaritmus azonosságainak felhasználásával: $\log_2 \frac{2x+y}{x-1,5y} = \log_2 4.$	2 pont	
A szigorú monotonitás miatt	1 pont	
$\frac{2x+y}{x-1,5y} = 4$, innen rendezés után a $7y = 2x$, vagyis $x = 3,5y$ adódik.	1 pont	
A második egyenletből a logaritmus azonosságainak felhasználásával: $\log_3 (x-y)(x+y) = \log_3 45.$	2 pont	
A nevezetes azonosság és a szigorú monotonitás miatt: $x^2 - y^2 = 45.$	1 pont	
Az $x = 3,5y$ értéket behelyettesítve és rendezve: $y^2 = 4,$	1 pont	
ahonnan $y = 2$ vagy $y = -2.$	1 pont	<i>Ha csak az $y = 2$-t adja meg a vizsgázó, akkor a pont nem adható.</i>
A negatív y értékhez negatív x tartozna, és ez az értékpár az eredeti egyenleteket nem elégíti ki.	1 pont	
Az egyenletrendszer egyetlen gyökpárja az $x = 7$ és az $y = 2.$ Ez az értékpár mindkét eredeti egyenletet kielégíti.	1 pont	
Összesen:	11 pont	

2. a)



Helyes ábrázolás.	2 pont	
Összesen:	2 pont	
b)		
A konvex négyszög csúcsai A, B, C, O , ahol B pont a két egyenes metszéspontja: $B(2; 3)$.	1 pont	
A négyszög területét kiszámíthatjuk pl. úgy, hogy a DOC háromszög területéből kivonjuk az ABD háromszög területét. A DOC derékszögű háromszög területe: $\frac{OC \cdot OD}{2} = \frac{8 \cdot 4}{2} = 16.$	2 pont	
Az ABD háromszögben az $AD = 2$, a B csúcsból induló magasság hossza pedig a B pont első koordinátájának értéke: 2, ezért az ABD háromszög területe: 2.	2 pont	
Az $ABCO$ konvex négyszög területe: $16 - 2 = 14$ (területegység).	1 pont	
Összesen:	6 pont	
c)		
A konkáv négyszög csúcsai: E, C, D, A . Az oldalhosszak: $EC = 12$; $CD = \sqrt{80}$; $DA = 2$; $AE = \sqrt{20}$,	4 pont	<i>Oldalhosszanként 1-1 pont jár.</i>
a kerület: $k = EC + CD + DA + AE =$ $= 12 + \sqrt{80} + 2 + \sqrt{20} = 14 + 6\sqrt{5} (\approx 27,42).$	1 pont	
Összesen:	5 pont	

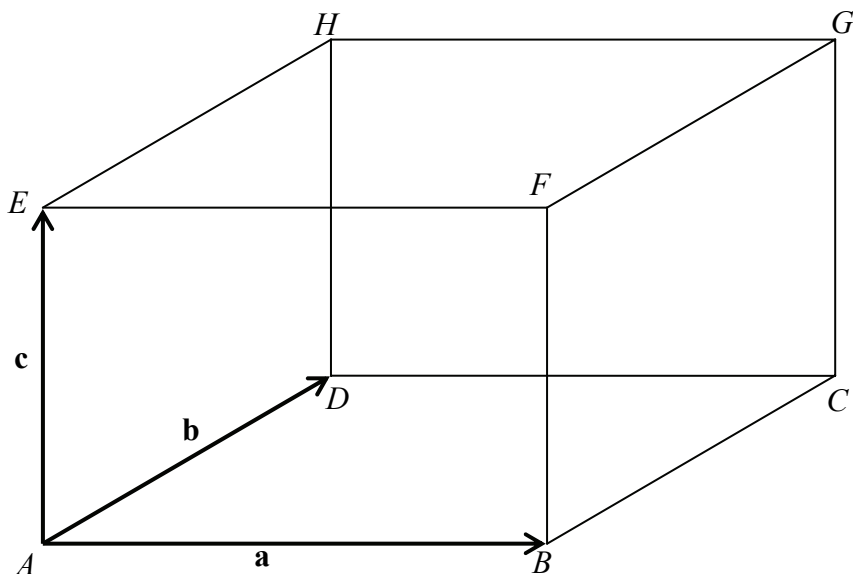
3. a)



A helyes ábrán 6 csúcs van feltüntetve,	1 pont	
amelyen két darab ötödfokú (A és B)	1 pont	
és négy darab negyedfokú pont (C, D, E, F) van.	2 pont	
Összesen:	4 pont	<i>A hatpontú teljes gráfból két él hiányzik. Ez a két él nem összefüggő részgráf a komplementer gráfban.</i>
b)		
A kézfogások számának kétszeresét kapjuk meg, ha összeadjuk a gráfban a fokszámokat.	1 pont	
A fokszámok összege: 26.	1 pont	
Az útitársak 13 kézfogással köszöntötték egymást.	1 pont	
Összesen:	3 pont	<i>A 3 pont megadható akkor is, ha a helyesen felrajzolt gráfban megszámolja az éleket.</i>
c) I. megoldás		
Válasszunk először pl. az A-val jelölt tudósnak szobatársat. Ezt ötféleképpen tehetjük meg.	1 pont	
Ha már A-hoz kijelöltük a szobatársat, a maradék négy tudósból egyet pl. C-t kiválasztva, neki háromféleképpen oszthatunk szobatársat.	2 pont	
Ha két szobát már kiadtunk, a maradék szobába már csak egyféleképpen mehet a szobába még be nem osztott két tudós.	1 pont	
A szobák között nem teszünk különbséget, tehát összesen $5 \cdot 3 \cdot 1 = 15$ -féle szobabeosztás lehetséges.	2 pont	
Összesen:	6 pont	<i>Ha vizsgázó rendszerezve felsorolja mind a 15 lehetőséget, akkor is jár a 6 pont. Ha a felsorolás rendszerezett, de hiányos, akkor legfeljebb 4 pont.</i>
c) II. megoldás		
Két tudós $\binom{6}{2}$ -féleképpen választható ki.	2 pont	
A maradék négyből újabb két tudós $\binom{4}{2}$ -féleképpen választható ki.	1 pont	
Így $\binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2}$ -féleképpen oszthatók három darab kettes csoportba.	1 pont	

<p>A három szobához 3!-féleképpen rendelhetők a csoportok, tehát $\frac{\binom{6}{2} \cdot \binom{4}{2}}{3!} = 15$ szobabeosztás lehet.</p>	<p>2 pont</p>	
Összesen:		6 pont

4. a)



<p>A hét vektor összege: $\vec{AP} = (\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AE}) + (\vec{AC} + \vec{AF} + \vec{AH}) + \vec{AG}$. A jobb oldalon szereplő vektorokat rendre a, b és c élvektorokkal kifejezve: $\vec{AP} = (\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}) + (\mathbf{a} + \mathbf{b}) + (\mathbf{a} + \mathbf{c}) + (\mathbf{b} + \mathbf{c}) + (\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c})$.</p>	<p>1 pont</p>	<p><i>Az \vec{AP} vektor bármelyik jó előállításáért jár az 1 pont.</i></p>
<p>A műveleti azonosságokat alkalmazva kapjuk, hogy: $\vec{AP} = 4(\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c})$.</p>	<p>1 pont</p>	
Összesen:		2 pont

b)

<p>Mivel $\vec{AP} = 4 \vec{AG}$, az \vec{AP} vektor hossza az AG testátló hosszának négyszerese.</p>	<p>1 pont</p>	
<p>Pitagorasz tételét alkalmazva: $AG^2 = AB^2 + BC^2 + CG^2 = 10^2 + 8^2 + 6^2 = 200$, $AG = \sqrt{200} = 10\sqrt{2}$.</p>	<p>1 pont</p>	
<p>$AP = 4AG = 40\sqrt{2}$ ($\approx 56,57$).</p>	<p>1 pont</p>	
Összesen:		3 pont

c)		
Mivel $\overrightarrow{AP} = 4 \overrightarrow{AG}$, az \overrightarrow{AP} vektor és az \overrightarrow{AE} vektor szöge megegyezik az \overrightarrow{AG} vektor és az \overrightarrow{AE} vektor szögével. Ez a szög az AEG derékszögű háromszög A -nál lévő szöge, jelöljük α - val.	1 pont	
Felhasználva, hogy $AE = 6$ és $AG = 10\sqrt{2}$, így $\cos \alpha = \frac{AE}{AG} = \frac{6}{10\sqrt{2}} \approx 0,4243$,	1 pont	
innen $\alpha \approx 64,9^\circ$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	
d)		
A HFC háromszög S súlypontjába vezető helyvektor (\overrightarrow{AS}) a csúcsokba vezető helyvektorok összegének harmada.	2 pont	
$\begin{aligned}\overrightarrow{AS} &= \frac{\overrightarrow{AH} + \overrightarrow{AF} + \overrightarrow{AC}}{3} = \\ &= \frac{(\mathbf{b} + \mathbf{c}) + (\mathbf{a} + \mathbf{c}) + (\mathbf{a} + \mathbf{b})}{3} = \\ &= \frac{2}{3} (\mathbf{a} + \mathbf{b} + \mathbf{c}),\end{aligned}$	1 pont	
vagyis $\overrightarrow{AS} = \frac{2}{3} \overrightarrow{AG}$.	1 pont	
$\begin{aligned}\overrightarrow{AS} \cdot \overrightarrow{AP} &= \left(\frac{2}{3} \overrightarrow{AG}\right) \cdot (4 \overrightarrow{AG}) = \\ &= \frac{8}{3} AG^2 = \frac{8}{3} \cdot 200 = \frac{1600}{3} (\approx 533,3).\end{aligned}$	2 pont	
Összesen:	6 pont	

II.

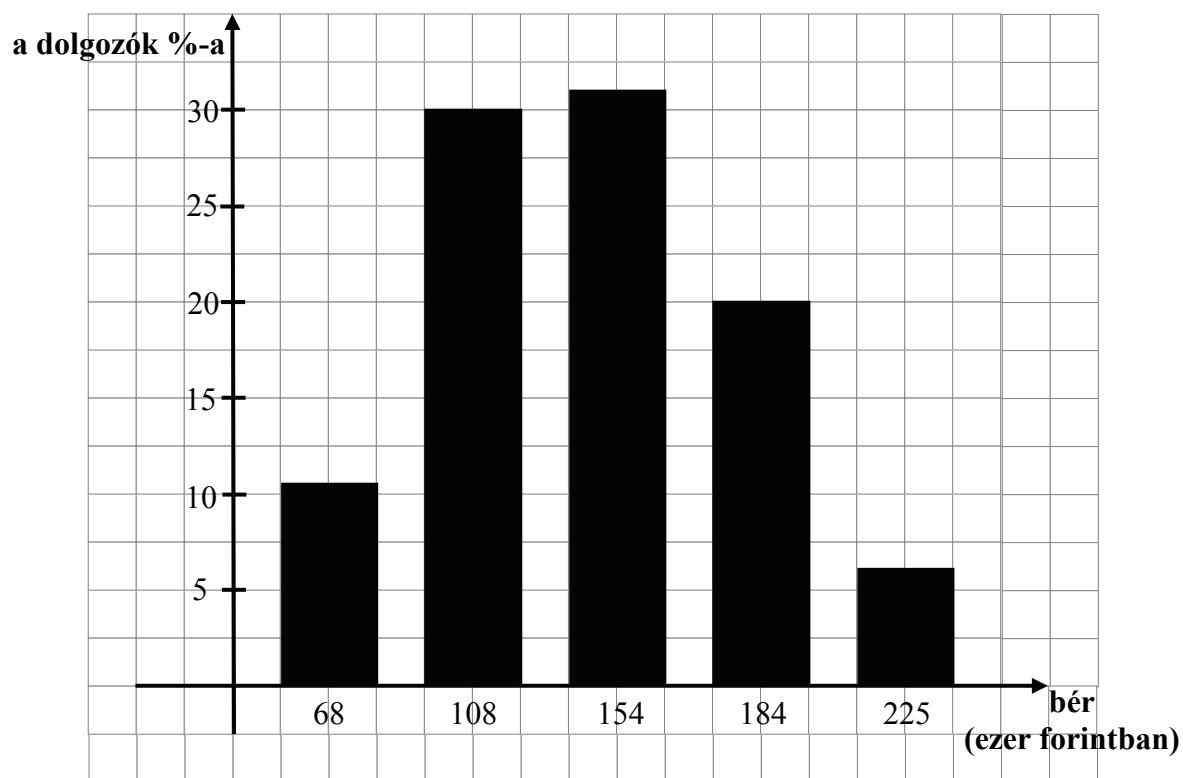
5.		
Írjuk a nevezőket szorzat alakba!		
$\frac{x}{(x-2)(x+2)} + \frac{p}{x(x+2)} + \frac{1}{x(2-x)} = 0$	2 pont	
A nevezők értéke nem lehet 0, ezért x nem lehet -2 ; 0 ; 2 .	1 pont	
Az $(x-2)x(x+2)$ közös nevezővel szorozva az egyenlet mindkét oldalát, és x szerint rendezve kapjuk, hogy: $x^2 + (p-1)x - 2(p+1) = 0$.	1 pont	
A megoldóképletből		
$x_{1,2} = \frac{1-p \pm \sqrt{p^2 + 6p + 9}}{2},$	1 pont	
vagyis		
$x_{1,2} = \frac{1-p \pm p+3 }{2}.$	1 pont	<i>Az 1 pont a teljes négyzet felismeréséért jár.</i>
$x_1 = 2$, illetve $x_2 = -(p+1)$.	2 pont	
Két különböző gyöke nem lehet az egyenletnek, mert az $x_1 = 2$ az eredeti egyenletnek nem gyöke, tehát legfeljebb az $x_2 = -(p+1)$ lehet gyök.	2 pont	
Egyetlen gyök sincs, ha x_2 a kizárt -2 ; 0 ; 2 értékek valamelyikét veszi fel.	2 pont	
$x_2 = -2$, ha $p = 1$; $x_2 = 0$, ha $p = -1$; $x_2 = 2$, ha $p = -3$.	3 pont	
Ha tehát a p paraméter a -3 ; -1 vagy 1 értékeket veszi fel, az eredeti egyenletnek nincs valós gyöke.	1 pont	
Összesen:	16 pont	

6. a)		
A mértani közép tulajdonság alapján: $p^2 = 4c$.	1 pont	
A számtani közép tulajdonság alapján: $2c = p + 40$.	1 pont	<i>Ha a számtani és a mértani sorozat fogalmát jól érti, helyesen írja fel, de tovább nem jut (mert pl. sok ismeretlennel dolgozik...), akkor 2 pont adható.</i>
A második egyenletből $2c$ értékét az első egyenletbe helyettesítve és rendezve kapjuk, hogy $p^2 - 2p - 80 = 0$,	1 pont	
innen $p_1 = 10$ és $p_2 = -8$.	1 pont	
Mivel a negatív gyök nem ad megoldást, Dani 10 db nagy piros és 25 darab kis csíkos halat számolt meg.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

b)		
A halállomány gyarapodása minden hónapban 20 %-os, azaz havonta 1,2-szeresre nő a darabszám a gyarapodás miatt.	1 pont	
Ha x %-ot adott el kéthavonta Dani, akkor az eladás kéthavonta $\left(1 - \frac{x}{100}\right) = q$ -szorosára változtatja az állományt.	1 pont	
Kéthavonta a változás mindig $1,2^2 \cdot q = 1,44 \cdot q$ -szoros.	1 pont	
Ezekből felírható a $100 \cdot (1,44q)^{12} = 252$ egyenlet.	1 pont	
Rendezés után $q = 0,75$ adódik.	2 pont	
Kéthavonta a halállomány 75 %-a maradt meg, vagyis Dani kéthavonta az állomány 25 %-át adta el.	1 pont	
Összesen:	7 pont	
c)		
Az összes egyenlően valószínű kiválasztások száma: $\binom{20}{8}$.	1 pont	<i>A binomiális együtthatók helyes értékét fogadjuk el akkor is, ha nem tünteti fel a vizsgázó a kiszámolás módját (vehette az értéket gépből és függvénytáblázatból is). A valószínűség numerikus kiszámolásának elmaradása vagy eltévesztése esetén az utolsó 2 pont helyett 1 pont adható.</i>
A kedvező esetek száma: $\binom{5}{3} \cdot \binom{15}{5}$.	1 pont	
A keresett valószínűség: $\frac{\binom{5}{3} \cdot \binom{15}{5}}{\binom{20}{8}} = \frac{10 \cdot 3003}{125970} = 0,2384$.	2 pont	
Összesen:	4 pont	

7. a)

bér (ezer forintban)	68	108	154	184	225
dolgozók száma	25	65	70	44	16
a dolgozók %-a	11	30	32	20	7



A helyesen elkészített oszlopdiagramért (a tengelyek helyes feliratozása 1-1 pont, az oszlopsor 1 pont).

Megjegyzés:

A vizsgázó az oszlopok magasságát a (dolgozók száma) vagy (dolgozók %-a) formában is megadhatja. 5 %-nak megfelel 11 fő. A 3 ponthoz nem szükséges a táblázat közölt harmadik sorának kitöltése.

Összesen: 3 pont

b)

Az augusztusi bruttó bérek átlaga:

$$\frac{25 \cdot 68 + 65 \cdot 108 + 70 \cdot 154 + 44 \cdot 184 + 16 \cdot 225}{220} = \frac{31196}{220} = 3 \text{ pont}$$

= 141,8 ezer Ft.

Az átlag helyes kiszámítása esetén jár a 3 pont akkor is, ha a vizsgázó nem részletezi a számítását, mert bevihette az adatokat a kalkulátorba, és akkor azonnal kap eredményt.

Az augusztusi bruttó bérek szórása: 43,17 ezer Ft.	3 pont	<p><i>A vizsgázó a szórást bárhogy is számítja ki helyesen, a 3 pont jár.</i></p> <p><i>Számíthat definíció alapján;</i></p> <p><i>számíthat ismert tétel alapján: (a négyzetek átlaga – átlag négyzete);</i></p> <p><i>de kaphat helyes eredményt kalkulátorral is.</i></p> <p><i>Ha a szórás helyett szórásnégyzetet ad meg, 3 pont helyett legfeljebb 2 pontot kaphat.</i></p>
Összesen:	6 pont	<p><i>Rossz átlag és/vagy rossz szórás érték esetén nem jár pont, ha nem derül ki a dolgozatból, hogy a vizsgázó pontosan használja ezeket a fogalmakat.</i></p>

c)		
Ha mindenkinek a nettó bérét számítjuk, akkor az a bruttó bérének 60,6 %-a.	1 pont	<p><i>Mind a c) mind a d) kérdés értékelése esetén maximális pontszámot adjunk annak a vizsgázónak, aki a középértékekre illetve a szórásra vonatkozó általános tételekre hivatkozva választott helyesen a kérdésekre. Ha a vizsgázó a kiszámított átlag és/vagy szórás értéke után nem írja ki az egységet (pl.: „ezer Ft”), akkor az egész feladat értékelése során csak egyszer vonjunk le 1 pontot.</i></p>
A 220 dolgozó mindegyikének 0,606-szorosára változik a bére, ezért az átlag is 0,606-szoros lesz, vagyis a nettó bérek átlaga $0,606 \cdot 141,8 \approx 85,93$ ezer Ft.	2 pont	
<i>Megjegyzés: Helyes válasznak elfogadhatjuk a 85,94 ezer Ft-ot is.</i>		
Összesen:	3 pont	
d)		
Ha a 220 dolgozó mindegyikének 2500 Ft-tal nő a bruttó bére, akkor a bérek átlaga is ennyivel nő.	1 pont	
Mind a 220 adatra nézve egyiknél sem változik meg az új adat és az új átlag eltérése, mert mindkét mennyiség ugyanannyival nőtt, különbségük nem változik.	1 pont	
Ezen változatlan különbségek négyzetének átlaga is változatlan: marad az augusztusi érték.	1 pont	
A bruttó bérek szórása tehát nem változik.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

8. a)		
A $\cos x$ függvény párossága miatt $f(x) = 2 \cos x$	2 pont	
Az f függvény korlátos,	1 pont	
mert $-2 \leq f(x) \leq 2$	1 pont	
Nem igaz, hogy az f függvény minimumhelye és legnagyobb értéke is irracionális szám,	1 pont	
mert az f függvény legnagyobb értéke 2, és ez nem irracionális szám.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

b)		
A grafikon helyes vázolója az egységek és intervallum-végpontok jelölésével.	2 pont	
A keresett síkidom három tartományból áll, ezek területét jelöljük rendre T_1, T_2, T_3 -mal. Mivel az f függvény folytonos, a keresett területeket integrállal (is) számíthatjuk: $T_1 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 \cos x dx = 2 [\sin x]_0^{\frac{\pi}{2}} = 2.$	2 pont	<i>T_1 és T_2 értékét a vizsgázó közvetlenül is megkaphatja, ha hivatkozik arra az ismeretre, hogy a $2 \cos x$ (vagy a $2 \sin x$) grafikonja és az x</i>

<p>A $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$ intervallumon az f értékei nem- pozitívak, ezért:</p> $T_2 = \int_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} 2 \cos x dx = 2 \left[-\sin x\right]_{\frac{\pi}{2}}^{\frac{3\pi}{2}} = 4.$	2 pont	<p>tengely $\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ intervallu- ma által határolt síkidom területe 2. A területek nagyságának külbségéért 1-1 pont, a megfelelő hivatkozásért az 1-1 pont jár.</p>
$T_3 = \int_{\frac{3\pi}{2}}^5 2 \cos x dx = 2 \left[\sin x\right]_{\frac{3\pi}{2}}^5 = 2 \sin 5 + 2.$	2 pont	
<p>A síkidom területe: $T = T_1 + T_2 + T_3 =$ $= 2 + 4 + 2 \sin 5 + 2 = 8 + 2 \sin 5 \approx 6,082.$</p>	2 pont	
Összesen:	10 pont	

9.		
<p>Először megadjuk elemeikkel rendre azt a négy halmazt a kétjegyű számok körében, amelyek igazán teszik az egyes állításokat. Jelölje ezeket a halmazokat A; B; C és D.</p> <p>Az N osztható 7-tel, ha a szám hét többszöröse: $A = \{14; 21; 28; 35; 42; 49; 56; 63; 70; 77; 84; 91; 98\}$</p>	1 pont	
<p>Az N a 29 többszöröse: $B = \{29; 58; 87\}$</p>	1 pont	
<p>Az $N + 11$ négyzetszám, ha $N = n^2 - 11$, ahol $22 < n^2 < 111$. $C = \{14; 25; 38; 53; 70; 89\}$</p>	1 pont	
<p>Az $N - 13$ négyzetszám, ha $N = k^2 + 13$, ahol $0 \leq k^2 < 87$. $D = \{13; 14; 17; 22; 29; 38; 49; 62; 77; 94\}$</p>	1 pont	
<p>A feladat feltételeit pontosan azok az elemek elégítik ki, amelyek e négy halmaz közül kiválasztott kettő metszetében benne vannak, de nem elemei a másik két halmaz egyikének sem.</p>	1 pont	
<p>A négy halmazból kettőt hatféleképpen választhatunk ki. Vizsgáljuk ezt a hat halmazt!</p>	1 pont	<p><i>Az ebben a gondolati egységben adható 2 pont jár akkor is, ha a vizsgáló nem írja le szövegesen a magyará- zatot, de a megoldásá- ból kiderül, hogy ezt a gondolatot követi.</i></p>

$A \cap B$ és az $B \cap C$ halmazok mindegyike üres halmaz.	1 pont	
$A \cap C = \{14; 70\}$,	1 pont	
ennek elemei közül a 14 nem felel meg, mert D -nek eleme; a 70 megfelel, mert sem B -nek, sem D -nek nem eleme.	1 pont	
$A \cap D = \{14; 49; 77\}$	1 pont	
ennek elemei közül (a 14 nem felel meg, mert C -nek eleme); a 49 és a 77 is megfelel, mert egyik sem eleme sem a C -nek, sem a B -nek.	1 pont	
$B \cap D = \{29\}$,	1 pont	
a 29 megfelel, mert sem az A -nak, sem a C -nek nem eleme.	1 pont	
$C \cap D = \{14; 38\}$,	1 pont	
ennek elemei közül (a 14 nem felel meg, mert eleme az A -nak); a 38 megfelel, mert sem az A -nak, sem a B -nek nem eleme.	1 pont	
Tehát az alábbi öt szám elégíti ki a feladat követelményeit: 29; 38; 49; 70; 77.	1 pont	
Összesen:	16 pont	
<p><u>Megjegyzések:</u> Ha vizsgázó anélkül sorol fel megfelelő számokat, hogy megmutatná, ezek miért felelnek meg (melyik a két igaz és a két hamis állítás), a felsorolására 1 és 2 helyes szám esetén 1 pontot, 3 helyes szám esetén 2 pontot, 4 helyes szám esetén 3 pontot, 5 helyes szám esetén 4 pontot kap. Ha a vizsgázó a felsorolt számokról megmutatja, hogy ezek megfelelnek a kikötéseknek, de nem tér ki annak bizonyítására, hogy más számok vajon megfelelnek-e a feladat feltételeinek, megoldására legfeljebb 8 pontot kaphat (az előzőekben felsorolt pontszámok dupláját).</p>		