39. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása
I. kategória: gimnázium 9. évfolyam

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

1. Adatok: $t_1 = 4$ s, $t_2 = 8$ s.

Legyen a lefelé indított test kezdősebessége v_1, a felfelé indítotté pedig $v_2 = 2v_1$! Az indítástól számított t időpillanatban a felfelé irányított koordináta-rendszerben a testek talaj feletti magassága:

$$y_1(t) = h - v_1 t - \frac{g}{2}t^2, \quad y_2(t) = h + 2v_1 t - \frac{g}{2}t^2.$$

2 pont

A leérkezések pillanatában $y(t_1) = y(t_2) = 0$, ezért

$$0 = h - v_1 t_1 - \frac{g}{2}t_1^2, \quad 0 = h + 2v_1 t_2 - \frac{g}{2}t_2^2.$$

2 pont

Az adatokat az SI mértékegységek nélkül behelyettesítve kapjuk:

$$0 = h - 4v_1 - 80, \quad 0 = h + 16v_1 - 320.$$

2 pont

a) és b) Az elsőfokú egyenletrendszer megoldása után a keresett h magasság és a kezdősebességek:

$$\boldsymbol{h = 128\ \mathrm{m}}, \qquad \boldsymbol{v_1 = 12\ \frac{m}{s}}, \qquad \boldsymbol{v_2 = 2v_1 = 24\ \frac{m}{s}}.$$

4 pont

2. Adatok: $a = 2{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}, v = 5{,}4\,\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}} = 1{,}5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$.

Mivel a játékautó egyenletes körmozgást végez, gyorsulása a középpont felé mutat, amelynek nagysága:

$$a_{\mathrm{cp}} = \frac{v^2}{R}.$$

Innen a körpálya sugara:

$$R = \frac{v^2}{a_{\mathrm{cp}}} = \mathbf{0{,}9\ m}.$$

5 pont

A játékautó sebességének iránya először akkor változik az ellenkezőjére, amikor éppen egy félkörnyi utat tett meg. Ez az idő pedig:

$$t = \frac{s}{v} = \frac{R\pi}{v} = \mathbf{1,89\ s}.$$

5 pont

$\boxed{3.}$ Adatok: $\alpha = 30°, v_0 = 2\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, \mu = 0{,}1$.

a) A vízszintes szakaszon a lassulás nagysága: $a_1 = \mu g = \mathbf{1\,\frac{m}{s^2}}$.

1 pont

A lejtő felületén a lassulás nagysága: $a_2 = \frac{g}{2} = \mathbf{5\,\frac{m}{s^2}}$.

2 pont

b) A sebességváltozás a vízszintes felületen: $-\mu g \Delta t = v - v_0$.

2 pont

A sebességváltozás a lejtőn (kihasználva a két idő egyenlőségét):

$$-\frac{g}{2}\Delta t = 0 - v.$$

2 pont

Az előző egyenletekből:

$$\Delta t = \frac{v_0}{g\left(\frac{1}{2} + \mu\right)} = \frac{1}{3}\mathrm{s}.$$

1 pont

A vízszintes szakaszon megtett út:

$$\Delta s = v_0 \Delta t - \frac{a_1}{2}(\Delta t)^2 = \mathbf{\frac{11}{18}\,m \approx 0,61 m}.$$

2 pont

$\boxed{4.}$ Adatok: $m = 40\ \mathrm{kg}, R = 0{,}8\ \mathrm{m}, \rho = 1{,}3\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}, C = 0{,}45, v_2 = 20\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, \mu = 0{,}5$.

a) Jelölje a szélsebességet v_1! A szerkezet akkor indul meg, ha a közegellenállási erő nagyobb a súrlódási erőnél:

$$\frac{1}{2} C \rho R^2 \pi v_1^2 > \mu m g$$

$$v_1 > \sqrt{\frac{2\mu m g}{C \rho R^2 \pi}} = \mathbf{18,4\ \frac{m}{s}}.$$

4 pont

b) A gyorsulás az eredő erőből határozható meg, amely a közegellenállási és a súrlódási erő különbsége:

$$a = \frac{F_\mathrm{e}}{m} = \frac{F_\mathrm{k} - F_\mathrm{s}}{m} = \frac{C \rho R^2 \pi v_2^2}{2m} - \mu g = \mathbf{0{,}88\ \frac{m}{s^2}}.$$

3 pont

c) Ha a szerkezet már egyenletesen mozog u sebességgel, akkor hozzá képest a szél relatív sebessége egyenlő az a) esetben kapott v_1 határeseti értékkel, ezért:

$$v_{\mathrm{rel}} = v_2 - u = v_1 \qquad \rightarrow \qquad u = v_2 - v_1 = \mathbf{1,6}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}.$$

3 pont

$\boxed{5.}$ <u>Adatok</u>: $T_{\mathrm{b}} = 30\ \mathrm{h}, T_{\mathrm{h}} = 25 \cdot 30\ \mathrm{h} = 750\ \mathrm{h}.$

a) A bolygó 12,5 nap múlva éppen ellentétes helyzetű lesz az állócsillagokhoz képest. A hold éppen félkört tesz meg, így ismét az egyenlítő ugyanazon pontja felett fog delelni.

3 pont

b) Két holdkelte között éppen annyi idő telik el, mint pl. két holddelelés között. Közben a bolygónak annyival kell többet fordulnia egy teljes fordulatnál, amekkora szöggel a hold ennyi idő alatt elmozdul keringése miatt.

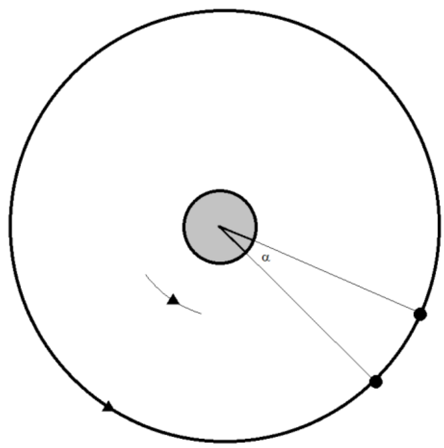
3 pont

$$\frac{2\pi}{T_{\mathrm{b}}} t = 2\pi + \frac{2\pi}{T_{\mathrm{h}}} t$$

2 pont

$$t = \frac{T_{\mathrm{b}} T_{\mathrm{h}}}{T_{\mathrm{h}} - T_{\mathrm{b}}} = \mathbf{31,25\ h}$$

2 pont



A két holdkelte között eltelt idő tehát **31,25 óra**.

39. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása
II. kategória: gimnázium 10. évfolyam

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

1. Adatok: $h = 1{,}8\ \text{m}, t_{\text{több}} = 0{,}4\ \text{s}, v_{\text{B}} = 2{,}5\frac{\text{m}}{\text{s}}, v_{\text{M}} = 5\frac{\text{m}}{\text{s}}, d = 6\ \text{m}$.

a) A ferde hajításnál az emelkedés és leesés ideje megegyezik:

$$t_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0{,}6\ \text{s}.$$

1 pont

A passz időszükséglete:

$$t_{\text{passz}} = 2 \cdot t_1 + 2 \cdot t_{\text{több}} = 2{,}0\ \text{s}.$$

1 pont

A labdavezetéskor eltelt idő:

$$t_{\text{vez}} = \frac{d}{v_B} = 2{,}4\ \text{s}.$$

1 pont

Dobáskor 2,0 s-ra van szükség, vezetve 2,4 s-ra, tehát **a passz 1,2-szer gyorsabb**.

1 pont

b) A labda kezdősebességének vízszintes irányú összetevője:

$$v_{0x} = \frac{d}{2t_1} = 5\frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

1 pont

Nem éri meg a passzjáték, ha a passz ideje több mint a labdavezetésé:

$$t_{\text{passz},2} \geq t_{\text{vez},2}$$

$$2 \cdot t_{\text{több}} + \frac{x}{v_{0x}} \geq \frac{x}{v_{\text{B}}}$$

$$x \leq \frac{2 \cdot t_{\text{több}}}{\frac{1}{v_{\text{B}}} - \frac{1}{v_{0x}}} = \mathbf{4\ m}.$$

3 pont

c) Misi éppen akkora sebességgel fut, mint a labda kezdősebességének vízszintes irányú összetevője. Ezért akkor ér oda időben, ha **a labda elhajításának pillanatában indul**.

2 pont

$\boxed{2.}$ Adatok: $R = 0{,}02\ \text{m}, \rho = 7800\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, \alpha = 45°$.

a) Mivel a golyó függőlegesen nem gyorsul, a fonálerő függőleges összetevője egyenlő a nehézségi erővel:

$$F_y = mg.$$

2 pont

A 45°-os szög miatt a fonálerő vízszintes és függőleges összetevője egyenlő nagyságú:

$$F_x = F_y = mg.$$

2 pont

Tehát a golyó vízszintes irányú gyorsulása, így kezünké is egyenlő a nehézségi gyorsulással:

$$\boldsymbol{a = g}.$$

2 pont

b) Az acélgolyó tömege:

$$m = \rho\frac{4\pi R^3}{3} = 0{,}26\ \text{kg}.$$

2 pont

A fonalat feszítő erő:

$$F = \sqrt{2}F_y = \sqrt{2}mg = \mathbf{3{,}7\ N}.$$

2 pont

$\boxed{3.}$ Adatok: $\alpha = 30°, \mu_0 = 0{,}4$.

Ha a rendszer egyensúlyban van, akkor a *m* tömegű test egyensúlya miatt a kötélerő egyenlő a *m* tömegű testre ható nehézségi erővel:

$$K = mg.$$

2 pont

A *M* tömegű test egyensúlya miatt:

$$Mg - K\sin\alpha = N$$

3 pont

$$K\cos\alpha \leq \mu_0 N\ .$$

3 pont

Behelyettesítés és átalakítás után:

$$\frac{m}{M} \leq \frac{\mu_0}{\cos\alpha + \mu_0\sin\alpha} = \frac{4}{2 + 5\sqrt{3}} \approx \mathbf{0{,}375}\ .$$

2 pont

$\boxed{4.}$ Adatok: $M = 2\ \text{kg}, v_0 = 1{,}8\,\frac{\text{m}}{\text{s}}, m = 1\ \text{kg}, \mu = 0{,}2$.

a) A *m* tömegű test addig mozog a deszkához viszonyítva, míg a sebességük azonos nem lesz. A lendület-megmaradás alapján:

$$Mv_0 = (M + m)v_1,$$

$$v_1 = \frac{M}{M + m}v_0 = \frac{2}{3}v_0 = \mathbf{1{,}2\ \frac{m}{s}}.$$

3 pont

b) A kezdeti és a végső mozgási energia különbsége alakul hővé:

$$Q = \frac{1}{2}Mv_0^2 - \frac{1}{2}(m+M)v_1^2 = \mathbf{1,08\ J}\,.$$

3 pont

c) Legyen a keresett elmozdulás s! A súrlódási munka egyenlő a felszabaduló hőmennyiséggel:

$$Q = \mu mgs,$$

$$s = \frac{Q}{\mu mg} = \mathbf{0,54\ m}\,.$$

4 pont

Megjegyzés: A c) kérdésre adott válasz azon a tényen alapszik, hogy a súrlódási munka során felszabaduló hő ugyanakkora bármilyen vonatkoztatási rendszert is használunk. A deszkához rögzített rendszerben csak a hasábra ható súrlódási erőnek van munkavégzése, az ellenerőnek nincs. A vízszintes felülethez rögzített rendszerben a deszka a lassulása közben előre mozog

$$v_{\text{átl,d}} = \frac{v_0 + v_1}{2} = 1{,}5\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

átlagsebességgel, míg a hasáb a gyorsulása közben szintén előre mozog

$$v_{\text{átl,h}} = \frac{v_1}{2} = 0{,}6\ \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

átlagsebességgel. A deszka lassulása és a hasáb gyorsulása ugyanannyi ideig tart:

$$\Delta t = \frac{\Delta v_\text{d}}{a_\text{d}} = \frac{\Delta v_\text{h}}{a_\text{h}} = \frac{v_1 - v_0}{-\frac{\mu mg}{M}} = \frac{v_1}{\mu g} = 0{,}6\ \text{s}.$$

Így a deszka elmozdulása a lassulása közben $s_\text{d} = v_{\text{átl,d}} \cdot \Delta t = 0{,}9$ m, míg a hasáb elmozdulása a gyorsulása közben $s_\text{h} = v_{\text{átl,h}} \cdot \Delta t = 0{,}36$ m, tehát a keresett relatív elmozdulás

$$s = s_\text{d} - s_\text{h} = \mathbf{0,54\ m}$$

megegyezően az előzőekkel.
A deszkára ható súrlódási erő munkája $W_\text{d} = -\mu mgs_\text{d} = -1{,}8$ J, míg a hasábra ható súrlódási erő munkája $W_\text{h} = \mu mgs_\text{h} = 0{,}72$ J, vagyis a teljes súrlódási munka

$$W_{\text{súrl}} = W_\text{d} + W_\text{h} = -1{,}08\ \text{J} = -Q.$$

Vegyük észre, hogy a vízszintes felülethez rögzített rendszerben a lassuló deszkára ható súrlódási erő munkája negatív, míg a gyorsuló hasábra ható ellenerő munkája pozitív, hiszen a hasáb és a deszka közötti súrlódási kölcsönhatás egyrészt lassítja a deszkát, másrészt gyorsítja a hasábot. A két súrlódási munka előjeles összegének abszolút értéke adja meg a felszabaduló hőt.

5.H Adatok: $L = 0{,}4\ \text{m}, \rho = 13600\,\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, p_0 = 10^5\text{Pa} \approx 76\text{Hgcm}.$

Jelölje a cső keresztmetszetét *A*! A forgatás közben a bezárt levegő izoterm állapotváltozására a Boyle–Mariotte-törvényt alkalmazva:

$$p_1 \cdot V_1 = p_2 \cdot V_2.$$

1 pont

A bezárt levegőoszlop kezdeti térfogata $V_1 = A \cdot L/2$, nyomása $p_1 = p_0 = 76$ Hgcm.

1 pont

Az új helyzetben a jobboldali szár a függőlegeshez képest 30º-os szögben helyezkedik el. Jelölje a benne lévő higany hosszát x, a baloldali szárban lévőét pedig y! A bezárt levegőoszlop térfogata ekkor $V_2 = A \cdot (L - x)$, nyomása egyenlő a külső légnyomás és a két szárban lévő Δh higanyszint különbség miatt fellépő hidrosztatikai többletnyomás összegével:

$$p_2 = p_0 + \rho g \Delta h.$$

1 pont

Ezt a szintkülönbséget a higany térfogatának állandóságát felhasználva a geometriai adatokból határozhatjuk meg. A higanyszál kezdeti és végső hossza egyenlő, ezért:

$$\frac{3}{2}L + \frac{L}{\sqrt{3}} = L + x + y\,.$$

1 pont

A baloldali, illetve a jobboldali szárban a higanyszintek magassága:

$$H_\mathrm{b} = \frac{L}{2} + y \quad \text{illetve} \quad H_\mathrm{j} = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x\,.$$

1 pont

A higanyszintek különbsége tehát:

$$\Delta h = H_\mathrm{b} - H_\mathrm{j} = L\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) - x\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right).$$

1 pont

A fentieket a Boyle–Mariotte-törvénybe behelyettesítve:

$$p_0 \cdot \frac{L}{2} \cdot A = \left(p_0 + \rho g\left(L\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) - x\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)\right) \cdot (L - x) \cdot A\,.$$

1 pont

Helyettesítsük be az adatokat és számoljunk cm illetve Hgcm egységben!

$$76 \cdot 20 = \left(76 + 40\left(1 + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) - x\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right) \cdot (40 - x)$$

1 pont

Közelítő értékekkel:

$$1520 = (139{,}1 - 1{,}866x) \cdot (40 - x)$$

$$2{,}155x^2 - 213{,}7x + 4044 = 0$$

$$\boldsymbol{x_1 \approx 23{,}9\ \mathrm{cm}} \qquad x_2 \approx 90{,}6\ \mathrm{cm} > L.$$

Tehát az elforgatott helyzetben a higany a jobb oldali szárban **23,9 cm** hosszan helyezkedik el.

2 pont

5.E Adatok:

$d = 0{,}05\ \mathrm{m}, U = 500\ \mathrm{V}, e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\mathrm{C}, m_\mathrm{e} = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\mathrm{kg}, m_\mathrm{p} = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\mathrm{kg}$

a) A munkatétel alapján az elektron, illetve a proton mozgási energiája egyenlő az elektromos mező munkájával, így a becsapódási sebesség:

$$qU = \frac{1}{2}mv^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}.$$

2 pont

Az adatokat behelyettesítve:

$$\boldsymbol{v_\mathrm{e} = 1,33 \cdot 10^7\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}} \qquad \boldsymbol{v_\mathrm{p} = 3,1 \cdot 10^5\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}}.$$

2 pont

b) A két részecske egymással szembe halad egyenletesen gyorsuló mozgással. A gyorsulások:

$$a_\mathrm{e} = \frac{qE}{m_\mathrm{e}} = \frac{q}{m_\mathrm{e}} \cdot \frac{U}{d} = 1{,}76 \cdot 10^{15}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$

$$a_\mathrm{p} = \frac{qE}{m_\mathrm{p}} = \frac{q}{m_\mathrm{p}} \cdot \frac{U}{d} = 9{,}58 \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

2 pont

A találkozás pillanatában a megtett utak összege egyenlő a lemezek távolságával:

$$s_\mathrm{e} + s_\mathrm{p} = d$$

$$\frac{a_\mathrm{e} + a_\mathrm{p}}{2}t^2 = d$$

2 pont

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a_\mathrm{e} + a_\mathrm{p}}} = \boldsymbol{7,54\ \mathrm{ns}}.$$

2 pont

<u>*Megjegyzés*</u>: Ennyi idő alatt az elektron gyakorlatilag átért a másik lemezhez, a proton viszont még alig mozdult meg. Ha valaki ezt észreveszi, és csak az elektron teljes repülési idejét számítja ki (7,55 ns), azt is teljes értékű megoldásnak lehet elfogadni.

39. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása
III. kategória
(akik ebben a tanévben kezdték tanulni a fizikát a szakgimnáziumban)

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

$\boxed{1.}$ Adatok: $s = 100\ \text{m}, t_\text{B} = 9{,}58\ \text{s}, t_\text{L} = 9{,}86\ \text{s}, N_\text{B} = 41, N_\text{L} = 45.$

a) A két futó ugyanakkora távot (100 métert) tesz meg, ezért átlagos lépéshosszaik aránya:

$$\frac{l_\text{B}}{l_\text{L}} = \frac{\frac{s}{N_\text{B}}}{\frac{s}{N_\text{L}}} = \frac{N_\text{L}}{N_\text{B}} = \frac{45}{41} \approx \mathbf{1{,}098}\,.$$

4 pont

b) A két futó lépésfrekvenciájának aránya:

$$\frac{f_\text{L}}{f_\text{B}} = \frac{\frac{1}{t_\text{L}/N_\text{L}}}{\frac{1}{t_\text{B}/N_\text{B}}} = \frac{\frac{N_\text{L}}{t_\text{L}}}{\frac{N_\text{B}}{t_\text{B}}} = \frac{N_\text{L}}{N_\text{B}} \cdot \frac{t_\text{B}}{t_\text{L}} \approx \mathbf{1{,}066}\,.$$

6 pont

$\boxed{2.}$ Adatok: $v_1 = 50\,\frac{\text{km}}{\text{h}}, t_1 = \frac{1}{4}\,\text{h}, v_2 = 110\,\frac{\text{km}}{\text{h}}.$
A városban megtett távolság: $s_1 = v_1 t_1 = 12{,}5$ km.

1 pont

Gyula gondolatmenete alapján az átlagsebesség:

$$v_{\text{á,Gy}} = \frac{2s_1}{t_1 + \frac{s_1}{v_2}} = 68{,}75\,\frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

4 pont

András gondolatmenete alapján az átlagsebesség:

$$v_{\text{á,A}} = \frac{s_1 + v_2 t_1}{2t_1} = 80\,\frac{\text{km}}{\text{h}}.$$

4 pont

Tehát András gondolatmenete volt helyes.

1 pont

3.

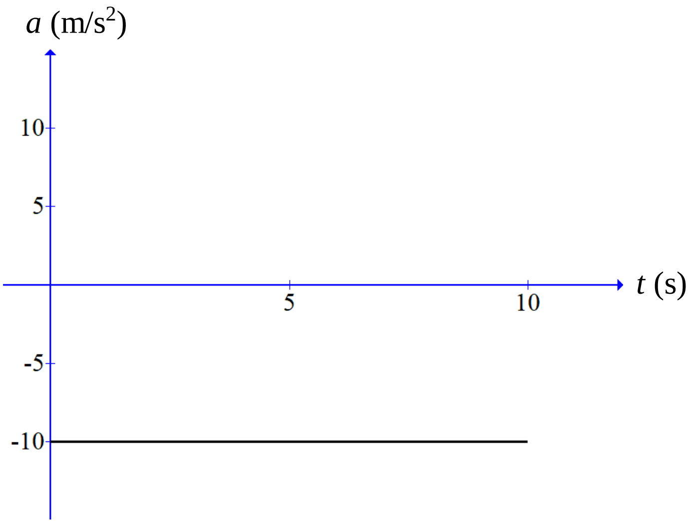
A megadott sebesség-idő grafikon alapján a test mozgása egyenletesen változó és gyorsulása $a = -10\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$.

1 pont

A test sebessége $t_1 = -\frac{v_0}{a} = 5$ s elteltével nullára csökken, tehát a test megáll, majd ellenkező irányba kezd gyorsulni. (A mozgás lehet pl. függőleges hajítás.)

1 pont

A gyorsulás-idő függvény:



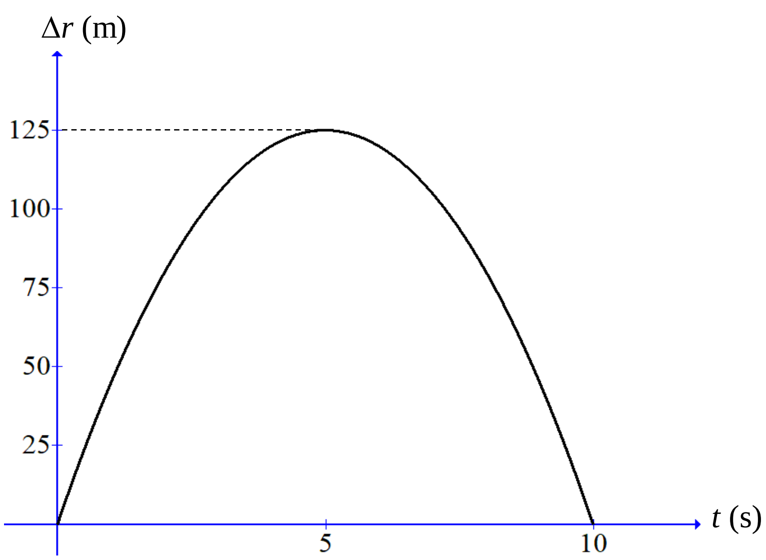
1 pont

A kezdőponttól mért elmozdulás az idő függvényében:

$$\Delta r = v_0 t + \frac{a}{2}t^2 = 50\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}t - 5\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}t^2$$

1 pont

Az elmozdulás-idő függvény (a legnagyobb elmozdulás 125 m):



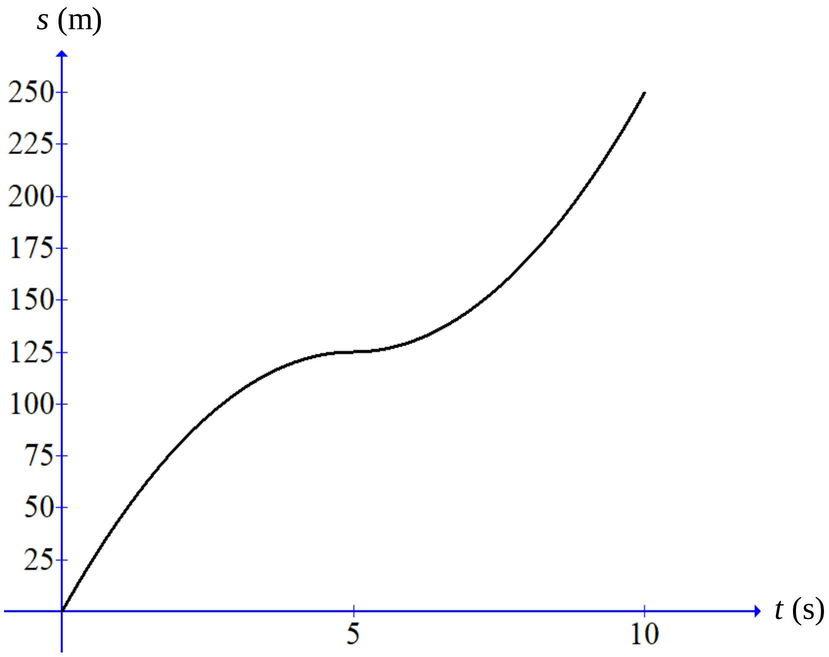
2 pont

A megtett út az idő függvényében:

$$s = \begin{cases} \Delta r = 50\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}t - 5\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}t^2, \text{ ha } 0 \le t \le 5\mathrm{s} \\ 2\Delta r_{\max} - \Delta r = 250\mathrm{m} - 50\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}t + 5\dfrac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}t^2, \text{ ha } 5\mathrm{s} \le t \le 10\mathrm{s} \end{cases}$$

2 pont

Az út-idő függvény:



2 pont

Megjegyzés: Ha a versenyző nem adja meg az elmozdulás-idő, illetve út-idő függvények matematikai alakját, de helyesen ábrázolja a függvényeket (feltüntetve a maximális értékeket, illetve az inflexiós pont értékét), akkor teljes pontszámot kaphat.

4. Adatok: $m = 40\ \mathrm{kg}, R = 0{,}8\ \mathrm{m}, \rho = 1{,}3\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}, C = 0{,}45, v_2 = 20\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}, \mu = 0{,}5.$

a) Jelölje a szélsebességet v_1! A szerkezet akkor indul meg, ha a közegellenállási erő nagyobb a súrlódási erőnél:

$$\frac{1}{2}C\rho R^2\pi v_1^2 > \mu m g$$

$$v_1 > \sqrt{\frac{2\mu m g}{C\rho R^2\pi}} = \mathbf{18,4}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}.$$

4 pont

b) A gyorsulás az eredő erőből határozható meg, amely a közegellenállási és a súrlódási erő különbsége:

$$a = \frac{F_\mathrm{e}}{m} = \frac{F_\mathrm{k} - F_\mathrm{s}}{m} = \frac{C\rho R^2\pi v_2^2}{2m} - \mu g = \mathbf{0{,}88}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s^2}}.$$

3 pont

c) Ha a szerkezet már egyenletesen mozog u sebességgel, akkor hozzá képest a szél relatív sebessége egyenlő az a) esetben kapott v_1 határeseti értékkel, ezért:

$$v_{\mathrm{rel}} = v_2 - u = v_1 \qquad \rightarrow \qquad u = v_2 - v_1 = \mathbf{1{,}6}\ \frac{\mathbf{m}}{\mathbf{s}}.$$

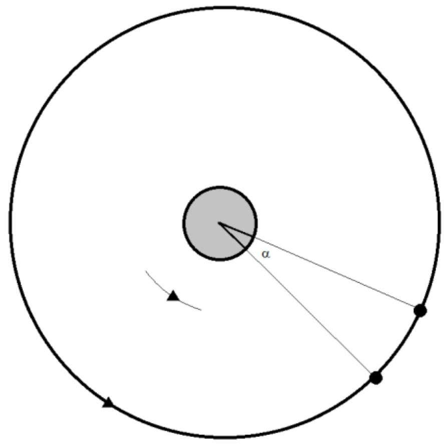
3 pont

$\boxed{5.}$ <u>Adatok</u>: $T_{\mathrm{b}} = 30\ \mathrm{h}, T_{\mathrm{h}} = 25 \cdot 30\ \mathrm{h} = 750\ \mathrm{h}$.

a) A bolygó 12,5 nap múlva éppen ellentétes helyzetű lesz az állócsillagokhoz képest. A hold éppen félkört tesz meg, így ismét az egyenlítő ugyanazon pontja felett fog delelni.

3 pont

b) Két holdkelte között éppen annyi idő telik el, mint pl. két holddelelés között. Közben a bolygónak annyival kell többet fordulnia egy teljes fordulatnál, amekkora szöggel a hold ennyi idő alatt elmozdul keringése miatt.



3 pont

$$\frac{2\pi}{T_{\mathrm{b}}} t = 2\pi + \frac{2\pi}{T_{\mathrm{h}}} t$$

2 pont

$$t = \frac{T_{\mathrm{b}} T_{\mathrm{h}}}{T_{\mathrm{h}} - T_{\mathrm{b}}} = \mathbf{31{,}25\ h}$$

2 pont

A két holdkelte között eltelt idő tehát **31,25 óra**.

39. Mikola Sándor Országos Tehetségkutató Fizikaverseny
I. forduló feladatainak megoldása
IV. kategória
(akik második éve tanulják a fizikát a szakgimnáziumban)

A feladatok helyes megoldása maximálisan 10 pontot ér. A javító tanár belátása szerint a 10 pont az itt megadottól eltérő formában is felosztható. Egy-egy feladatra adott második megoldás vagy a probléma általánosítása nem honorálható további pontokkal. A javítás során a közölttől eltérő gondolatmenetű, de szakmailag helyes megoldás természetesen értékelendő. Számolási hibáért – az érettségi dolgozatok javításánál megszokott módon – a (rész)pontszám 25%-ánál többet ne vonjunk le. ***A továbbjutás feltétele legalább 25 pont elérése!***

1. Adatok: $t_ö = 6\text{ s}, v_1 = v_0/4, v_2 = -v_0/2.$

a) A hajítás kezdősebessége az emelkedés idejéből kapható meg.

$$t_e = \frac{t_ö}{2} = \frac{v_0}{g} \quad \rightarrow \quad v_0 = \frac{g t_ö}{2} = \mathbf{30\,\frac{m}{s}}$$

2 pont

b) Először határozzuk meg a szóban forgó pillanatokban a test magasságát!

$$\frac{v_0}{4} = v_0 - g t_1 \quad \rightarrow \quad t_1 = \frac{3v_0}{4g} = 2{,}25\text{ s} \quad \rightarrow \quad h_1 = v_0 t_1 - \frac{g}{2} t_1^2 = 42{,}19\text{ m}$$

$$-\frac{v_0}{2} = v_0 - g t_2 \quad \rightarrow \quad t_2 = \frac{3v_0}{2g} = 4{,}5\text{ s} \quad \rightarrow \quad h_2 = v_0 t_2 - \frac{g}{2} t_2^2 = 33{,}75\text{ m}$$

4 pont

A két pont távolsága a pillanatnyi magasságok különbsége:

$$d = h_1 - h_2 = \mathbf{8{,}44\ m.}$$

1 pont

c) A két helyzet között megtett út:

$$s = 2h_{max} - (h_1 + h_2) = \frac{v_0^2}{g} - (h_1 + h_2) = \mathbf{14{,}06\ m.}$$

3 pont

2. Adatok: $M = 50\text{ kg}, m = 0{,}1\text{ kg}, v_0 = 2\,\frac{\text{m}}{\text{s}}.$

a) A lövedék v kezdősebessége a lendület-megmaradásból határozható meg:

$$(m + M)v_0 = mv,$$

$$v = \frac{m + M}{m} v_0 = \mathbf{1002\,\frac{m}{s}} \approx \mathbf{1000\,\frac{m}{s}}.$$

4 pont

b) Írjuk le az előző folyamatot a talajhoz képest v_0 sebességgel haladó vonatkoztatási rendszerből! A lövést követően a lövedék 1000 m/s sebességgel, a szánkó pedig ellentétes irányú 2 m/s sebességgel halad.

Az első lövést követően térjünk át az egyenletesen haladó szánkóval együtt mozgó vonatkoztatási rendszerre! Mivel a szánkóval együtt mozgó tömeg változása elhanyagolhatóan kicsi, ezért ebben a vonatkoztatási rendszerben is igaz lesz, hogy az ágyú elsütése után a lövedék 1000 m/s sebességgel, a szánkó pedig ellentétes irányú 2 m/s sebességgel halad.
Ez a gondolat összesen hatszor alkalmazható, ezért a szánkó sebessége a hat lövést követően a talajhoz képest (körülbelül) **12 m/s**.

6 pont

$\boxed{3.}$ Adatok: $d = 0{,}5\ \mathrm{km}, v_{\mathrm{f}} = 4\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, v_{\mathrm{cs}} = 10\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}, \alpha = 60°$.

a) A csónak mindkét esetben $v_{\mathrm{k}} = v_{\mathrm{cs}} \cdot \cos\alpha = 5\ \frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}$ sebességgel közeledik a túlsó part felé.
A túlsó partra $t = \frac{d}{v_{\mathrm{k}}} = \mathbf{0,1\ h = 6\ min}$ **alatt ér át**.

3 pont

b) Ha felfelé halad rézsútosan, akkor a parttal párhuzamos sebesség összetevője

$$v_{\mathrm{p1}} = v_{\mathrm{cs}} \cdot \sin\alpha - v_{\mathrm{f}} = 4{,}66\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}.$$

Tehát az indulási hellyel szemközti ponthoz képest $x_1 = v_{\mathrm{p1}}t = 0{,}466\ \mathrm{km}$-nél, vagyis **466 méterrel feljebb éri el a túlsó partot**.

4 pont

Ha lefelé halad rézsútosan, akkor a parttal párhuzamos sebesség összetevője

$$v_{\mathrm{p2}} = v_{\mathrm{cs}} \cdot \sin\alpha + v_{\mathrm{f}} = 12{,}66\frac{\mathrm{km}}{\mathrm{h}}.$$

Ekkor az indulási hellyel szemközti ponthoz képest $x_2 = v_{\mathrm{p2}}t = 1{,}266\ \mathrm{km}$-nél, **1266 méterrel lejjebb köt ki**.

3 pont

$\boxed{4.}$ Adatok: $m = 2{,}5\ \mathrm{kg}, \Delta l = 0{,}6\ \mathrm{m}, D = 125\frac{\mathrm{N}}{\mathrm{m}}, h = 0{,}8\ \mathrm{m}$.

Először meg kell határozni a gömb vízszintes irányú végsebességét, ami a zuhanás közben is megmarad. Súrlódás hiányában (csak konzervatív erők hatnak) alkalmazható a lendület és a mechanikai energia megmaradásának tétele. Mivel a testek tömege egyenlő, a szétlökés végére vízszintes sebesség összetevőik nagysága is egyenlő lesz!

3 pont

A mechanikai energia megmaradása miatt tehát:

$$\frac{1}{2}D(\Delta l)^2 = 2 \cdot \frac{1}{2}mv_x^2,$$

$$v_x = \sqrt{\frac{D}{2m}}\Delta l = 3\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

3 pont

A kocsi elhagyása után a hajítás függőleges végsebessége egy szabadesés végsebességeként számolható:

$$v_y = \sqrt{2gh} = 4\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}.$$

2 pont

A talajra való becsapódáskor a sebesség nagyága:

$$v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \mathbf{5\,\frac{m}{s}}.$$

2 pont

5.H Adatok:

$V = 0{,}002\ \mathrm{m}^3, h = 2\ \mathrm{m}, \rho_\mathrm{v} = 1000\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}, \rho_\mathrm{p} = 2700\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}, \rho_l = 1{,}3\,\frac{\mathrm{kg}}{\mathrm{m}^3}, p_0 = 10^5\,\mathrm{Pa}.$

a) A palackban lévő levegő nyomása a légnyomás és a hidrosztatikai nyomás összege:

$$p = p_0 + \rho_\mathrm{v} g h = \mathbf{1{,}2\cdot 10^5}\,\mathrm{Pa}.$$

2 pont

Mivel a hőmérséklet mindenhol ugyanakkora, a palackban lévő levegő sűrűsége:

$$\rho = \frac{p}{p_0}\rho_\mathrm{l} = \mathbf{1{,}56\,\frac{kg}{m^3}}.$$

2 pont

A palackban lévő levegő tömege pedig:

$$m = \rho V = \mathbf{0{,}00312\ kg = 3{,}12\ g}.$$

1 pont

b) A palack tömegét jelölje M. A palack egyensúlya miatt a nehézségi erő egyenlő a felhajtóerővel:

$$(m + M)g = \left(\frac{M}{\rho_\mathrm{p}} + V\right)\rho_\mathrm{v} g.$$

3 pont

Innen a palack tömege:

$$M = \frac{\rho_\mathrm{v} V - m}{1 - \frac{\rho_\mathrm{v}}{\rho_\mathrm{p}}} = \mathbf{3171{,}5\ g}.$$

2 pont

Megjegyzés:

A levegő tömegét elhanyagolva:

$$M = \frac{\rho_v V}{1 - \frac{\rho_v}{\rho_p}} = \mathbf{3176{,}5\ g}.$$

Az eltérés mindössze 5 gramm (kb. 0,16%), de ez éppen elegendő ahhoz, hogy a palack ne lebegjen a vízben. Aki így számolt, attól 2 pontot vonjunk le.

$\boxed{\textbf{5.E}}$ Adatok:

$d = 0{,}05\ \mathrm{m}, U = 500\ \mathrm{V}, e = 1{,}60 \cdot 10^{-19}\mathrm{C}, m_\mathrm{e} = 9{,}11 \cdot 10^{-31}\mathrm{kg}, m_\mathrm{p} = 1{,}67 \cdot 10^{-27}\mathrm{kg}$

a) A munkatétel alapján az elektron, illetve a proton mozgási energiája egyenlő az elektromos mező munkájával, így a becsapódási sebesség:

$$qU = \frac{1}{2}mv^2 \quad \rightarrow \quad v = \sqrt{\frac{2qU}{m}}.$$

2 pont

Az adatokat behelyettesítve:

$$\boldsymbol{v_\mathrm{e} = 1{,}33 \cdot 10^7\,\frac{m}{s}} \qquad \boldsymbol{v_\mathrm{p} = 3{,}1 \cdot 10^5\,\frac{m}{s}}.$$

2 pont

b) A két részecske egymással szembe halad egyenletesen gyorsuló mozgással. A gyorsulások:

$$a_\mathrm{e} = \frac{qE}{m_\mathrm{e}} = \frac{q}{m_\mathrm{e}} \cdot \frac{U}{d} = 1{,}76 \cdot 10^{15}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}$$
$$a_\mathrm{p} = \frac{qE}{m_\mathrm{p}} = \frac{q}{m_\mathrm{p}} \cdot \frac{U}{d} = 9{,}58 \cdot 10^{11}\,\frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2}.$$

2 pont

A találkozás pillanatában a megtett utak összege egyenlő a lemezek távolságával:

$$s_\mathrm{e} + s_\mathrm{p} = d$$
$$\frac{a_\mathrm{e} + a_\mathrm{p}}{2}t^2 = d$$

2 pont

$$t = \sqrt{\frac{2d}{a_\mathrm{e} + a_\mathrm{p}}} = \mathbf{7{,}54\ ns}.$$

2 pont

Megjegyzés: Ennyi idő alatt az elektron gyakorlatilag átért a másik lemezhez, a proton viszont még alig mozdult meg. Ha valaki ezt észreveszi, és csak az elektron teljes repülési idejét számítja ki (7,55 ns), azt is teljes értékű megoldásnak lehet elfogadni.