

Javítókulcs
MATEMATIKA FELADATOK
8. évfolyamosok számára, „tehetséggondozó” változat
TMat2

A javítókulcsban feltüntetett válaszokra a megadott pontszámok adhatók. A pontszámok részekre bontása csak ott lehetséges, ahol erre külön utalás van.

1. a) $10^2 + 10^3 < 10^4$ 1 pont
 b) 10 2 pont
nem
bontható
2. a) 352 400 1 pont
Bármely formában elfogadható pl.: $3,524 \cdot 10^5$.
 b) 0,75 1 pont
Bármely formában elfogadható pl.: $\frac{18}{24}$, avagy $\frac{3}{4}$.
3. a) A farkas 5 különböző helyen érhetett be (2-6.), 1 pont
 b) a többi öt versenyző az üresen maradt öt helyre 120-féleképpen érkeztetett meg, 1 pont
 c) hiszen a megmaradó 5 hely közül az elsőre 5 állat futhatott be, a másodikra már csak 4 állat, ...stb, az utolsóira már csak a maradék 1 állat, így $5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ az öt állat lehetséges sorrendjeinek száma. 1 pont
 d) Tehát a hat versenyző lehetséges sorrendjeinek száma $(5 \cdot 120) = 600$. 1 pont
Ez a pont az a) és b) itemben kapott, esetleg hibás számok helyes összeszorozásáért jár, és a szorzás felírását sem követeljük meg.
a), b), c) itemek pontjai akkor is járnak, ha szerepel az $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ szorzat.
- Egy másik megoldás:*
- a) Az első helyre (a farkason kívül) 5 állat érkeztetett be, 1 pont
 b) ezután a második helyre a maradék 5 állat bármelyike befuthatott. 1 pont
 c) Ezt követően a harmadik helyre 4 állat, a negyedikre 3 állat, ...stb, az utolsóira már csak a maradék 1 állat, 1 pont
 d) így $(5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1) = 600$ a hat versenyző lehetséges sorrendjeinek száma. 1 pont
Ez a pont az a)-c) itemben kapott, esetleg hibás számok helyes összeszorozásáért jár, és a szorzás felírását sem követeljük meg.
a), b), c) itemek pontjai akkor is járnak, ha szerepel az $5 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$ szorzat.
4. a) 5, 8, 4, 2, 1, 4. 2 pont
2 pontot kap, hibátlan megoldásért.
1 pontot kap, ha az öt megadott lépés közül legfeljebb egyik hibás, azaz a számot nem a megfelelő szabály szerint képezte a megelőzőből (ami esetleg hibás is lehet).
0 pontot kap egyébként.
 b) Annak felismerése és megállapítása, hogy a sorozat periodikussá válik. (pl.: 4,2,1) 1 pont
 c) $2012 - 2 = 2010$ elemet kell hármas csoportokra osztani. 1 pont
Annak felismeréséért, vagy számolás során való alkalmazásáért jár a pont, hogy a sorozat első két eleme nem tartozik bele a periódusokba.
 d) 2010 osztható 3-mal, így a 4,2,1 periódus utolsó eleme, azaz **1 lesz a sorozat 2012. eleme.** 1 pont

Ha 2010 helyett a 2012-nek a 3-mal való 2-es osztási maradékát veszi ezért a 4,2,1, periódus 2. elemét válaszolja, akkor a c) item pontja nem jár.

Ha a periodikus sorozatra másképp tekint, de gondolatmenete helyes, természetesen megkapja a pontokat. (Pl.: a sorozat első négy elemének levágása után a sorozat periódusának az 1,4,2 periódust tekinti.)

- e) A harmadik elem csak 26 lehetett. 1 pont
 f) A második elem 52 vagy 23 lehetett. 1 pont
 g) Az első elem 104, 49 vagy 46 lehetett. 1 pont

A sorozat első négy eleme csakis a következő lehet:

104, 52, 26, 13,.....

49, 52, 26, 13,.....

46, 23, 26, 13,.....

Az e), f), g) item 1-1-1 ponja csak az ott szereplő összes megoldás megadásáért jár.

Ha rossz megoldást is megad e-f) itemek valamelyikében, annak az itemnek a pontja nem jár.

Ha e) vagy f) itemben hibát követ el, de a rossz eredménnyel jól számol tovább, a következő itemek pontjai járnak. Indoklás nélküli jó válasz esetén az e)-f)-g) item 1-1 pontja jár.

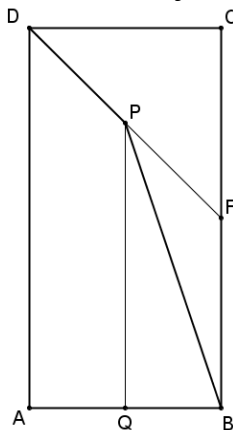
5. a) Ez a pont azért jár, hogy az ABPD síkidomot felbontja számolható területű részekre, vagy a téglalpból számolható területű részeket hagy el. 1 pont

Ha nem mondja ki a felbontást (elhagyást), de a gondolatmenetéből világosan kiderül, a pont akkor is jár.

Pl.: ABPD négyszög területét megkaphatjuk, ha ABCD téglalap területéből a DFC és BFP háromszögek területét kivonjuk.

vagy pl.: ABPD négyszög területét megkaphatjuk, ha ABP és APD háromszögek területeit összeadjuk.

vagy pl.: ABPD négyszög területét megkaphatjuk, ha AQP trapéz és PQB háromszög területét összeadjuk.



- b) Ez a pont azért jár, ha az a) itemben általa megnevezett, a felbontásban szereplő síkidomok területének számításához szükséges adatokat megtalálja. Az adatok csak az ábrába beírva is elfogadhatóak. Nem kell megadnia és az ábrába beírnia azon adatokat, melyeket a feladat szövege megadott. 1 pont

Pl.: DCF háromszög (DC oldala) és hozzá tartozó CF magassága is 2 (cm). BFP háromszög BF oldala 2 (cm), hozzá tartozó magassága 1 (cm). (ABCD téglalap oldalai 2 és 4 cm.)

vagy pl.: ABP háromszög (AB oldala 2 cm,) hozzá tartozó PQ magassága 3 (cm). APD háromszög (AD oldala 4 cm,) hozzá tartozó magassága 1 (cm).

vagy pl.: AQP trapéz (AD alapja 4 cm,) PQ alapja 3 (cm), magassága 1 (cm). PQB háromszög QB oldala 1 (cm), hozzá tartozó PQ magassága 3 (cm).

- c) *Ez a pont azért jár, ha az a)-ban említett síkidomok területét ki tudja számolni a b) itemben megnevezett (beírt) adatokkal.* 2 pont
*Pl.: ABCD téglalap területe $8 \text{ (cm}^2\text{)}$. DFC háromszög területe $2 \text{ (cm}^2\text{)}$. BFP háromszög területe $1 \text{ (cm}^2\text{)}$.
 vagy pl.: ABP háromszög területe $3 \text{ (cm}^2\text{)}$. APD háromszögek területe $2 \text{ (cm}^2\text{)}$.
 vagy pl.: AQPD trapéz területe $3,5 \text{ (cm}^2\text{)}$. PQB háromszög területe $1,5 \text{ (cm}^2\text{)}$.
 2 pontot kap, ha minden, az a) item szerint szükséges síkidom területét jól számolta ki a b) itemben megállapított (esetleg hibás) adatokból.
 1 pontot kap, ha legalább egy síkidomnak helyesen kiszámolta a területét az említett módon.
 0 pontot kap egyébként.*
- d) ABPD síkidom területe $5 \text{ (cm}^2\text{)}$. 1 pont
Ez a pont azért jár, ha a c) itemben számolt (esetleg hibás) területekből az a) item gondolatmenete szerinti helyes művelettel megkapja ABPD területét. A számítás leírását (összeadás, kivonás) nem várjuk el.
6. a) $6(\text{ABC lap}), 7(\text{ABD lap}), 9(\text{BCD lap}), 8(\text{CAD lap})$. 1 pont
Csak akkor jár a pont, ha minden laphoz jó számot írt.
- b) Minden csúcshoz írt szám pontosan 3 lapra kerül rá összeadandóként, így 1 pont
- c) a lapokra írt számok összege $(3 \cdot 8 =) 24$. 1 pont
*Amennyiben csak a $3 \cdot 8 (= 24)$ számolás szerepel a b) item 1 pontja is jár.
 Ha indoklás nélküli helyes végeredményt ad meg, avagy egy konkrét 8-as csúcsösszegű tetraédert rajzol, és ennek alapján jut helyes eredményre, akkor csak a c) item 1 pontját kapja meg.*
- d) Egy megfelelő megoldás 2 pont
 pl.:
- | | Kezdetben | 1. lépés után | 2. lépés után | 3. lépés után |
|----------|-----------|---------------|---------------|---------------|
| A | 1 | 2 | 3 | 3 |
| B | 1 | 2 | 2 | 3 |
| C | 1 | 1 | 2 | 3 |
| D | 3 | 3 | 3 | 3 |
- (A megoldás lépéseinek számát nem értékeljük.)*
- 2 pont egy megfelelő megoldás.
 1 pont, ha a kívánt célt elérni nem tudta, de a táblázat egymást követő oszlopai a szabályok szerint követik egymást (akár csak egy oszlop helyes kitöltése esetén is).
 0 pont, ha a szomszédos oszlopok nem mindenütt követik egymást a szabályok szerint.*
- e) A csúcsonál álló számok összege minden lépésben 2-vel nő, 1 pont
- f) kezdetben ez az összeg páratlan (7), így mindig az is marad. Az elérni kívánt cél esetén pedig az összeg páros lenne. 1 pont
Bármely más teljes indoklás esetén is jár f)–g) item 1–1 pontja.
7. a) igaz, hamis, igaz, igaz, hamis 3 pont
*3 pont, ha 5 jó választ ad;
 2 pont, ha 3 vagy 4 jó választ ad;
 1 pont, ha 1 vagy 2 jó választ ad;
 0 pontot kap, ha nincs jó válasza.*

8. A 11-es 3-szor fordul elő.
- a) Helyes érték a táblázatban. 1 pont
- b) Helyes oszlop a grafikonon. 1 pont
Ha rosszul tölti ki a táblázatot, de ennek megfelelően helyesen rajzolja fel a grafikont, akkor is kapja meg a pontot.
első megoldás c)-g):
- c) A 2, 3, 4, 5, 6, 7-es összegek esetén lehet valamelyik kockával 1-est dobni. 1 pont
Ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki, a pontot akkor is megkapja.
- d) A 2-es összegnél (biztosan mindkét dobás 1-es, ez) összesen 2 db 1-es 1 pont
Ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki, a pontot akkor is megkapja.
- e) A többi esetben (3-7 összeg), legfeljebb az egyik kockán dobható 1-es. 1 pont
Ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki, a pontot akkor is megkapja.
- f) 3-7 összeget összesen 28-szor dobtunk, 1 pont
Ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki, a pontot akkor is megkapja.
- g) Így összesen legfeljebb 30 db 1-est dobhattunk. 1 pont
Ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki, a pontot akkor is megkapja.
második megoldás c)-g):
- c) Biztosan nem dobtunk 1-est, ha az összeg 7-nél nagyobb. 1 pont
Ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki, a pontot akkor is megkapja.
- d) Ez összesen 21 dobás (42 kocka leolvasása). 1 pont
Ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki, a pontot akkor is megkapja.
- e) A 2-es összegnél (mindkét kockán 1-est dobtunk, ez) 2 db 1-es. 1 pont
Ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki, a pontot akkor is megkapja.
- f) A többi 28 esetben legfeljebb 1 db egyest dobtunk, ez 28 db egyes. 1 pont
Ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki, a pontot akkor is megkapja.
- g) Összesen legfeljebb 30 db 1-est dobhattunk. 1 pont
Ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki, a pontot akkor is megkapja.
9. a) 23 (db) 1 pont
- b) 75 (db) 1 pont
- c) 19 (db) 1 pont
- d) 15 (db) 1 pont
- e) 16 (db) 1 pont
A c), d), e) feladatok esetében az 1–1 pontokat akkor is megkaphatja, ha nem veszi figyelembe a b) feladat előtti utasítást, azaz a feladatot a 2. ábra szerinti nézetre oldja meg. Ekkor a helyes válaszok: c) 11 (db); d) 9 (db); e) 13 (db).
10. a) (Jelölje x a Szundi által vitt almák tömegét kg-ban.) Ekkor Morgó $2x$, Szundi x , Tudor $x + 2$ (kg) almát vitt a piacra. 1 pont
*Ez a pont azért jár, hogy a szöveg második mondatában lévő információkat (**piacra vitt almák mennyisége**) általa választott, egyetlen ismeretlen segítségével felírja. Megkapja a pontot akkor is, ha nem mondja ki, hogy mit jelölt ismeretlennel, de a megoldásból ez egyértelműen kiderül.*
- b) Morgó: $\frac{2x}{10} = \left(\frac{x}{5}\right)$, Szundi: $\frac{x}{5}$, Tudor: $\frac{x+2}{20}$ kg almát adott el. 1 pont
Ez a pont a piacon eladott mennyiségek felírásáért jár az általa választott egyetlen ismeretlen segítségével. Ehhez fel kell használnia a szöveg 4. és 5. mondatában szereplő három információt, avagy a szöveg 3. mondatát és a 4–5. mondatból két információt.

c) $\frac{2x}{10} + \frac{x}{5} + \frac{x+2}{20} = 19$

1 pont

*Ez a pont a **helyes egyenlet** felírásáért jár azon információ segítségével, melyet még nem használt fel a fent említett 4 közül. Ha az egyenlet helyes, de b) item alatti tartalom hiányzik, a c) item pontja akkor is jár.*

d) A **helyes egyenlet helyes megoldása** ($x = 42$).

2 pont

*1 pontot kap, ha a felírt egyenlete hibás, de azt jól oldja meg; illetve akkor is, ha az egyenlete helyes, de a megoldás során egyetlen hibát követ el.
0 pontot kap egyébként.*

e) A piacra Morgó 84, Szundi 42, Tudor pedig 44 kg almát vitt.

1 pont

Ez a pont a kérdésre adott következetes válasz esetén jár: Ha az egyenlet általa kapott gyökével, az a) itemben általa bevezetett ismeretlen alapján jól válaszol a kérdésre.