

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2021. október 19.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2021. október 19. 8:00

I.

Időtartam: 45 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 45 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A megoldások sorrendje tetszőleges.
3. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
4. **A feladatok végeredményét az erre a célra szolgáló keretbe írja**, a megoldást csak akkor kell részleteznie, ha erre a feladat szövege utasítást ad!
5. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
6. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén egyértelműen jelölje, hogy melyiket tartja érvényesnek!
7. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

1. Az A és B halmazokról tudjuk, hogy $A \cup B = \{1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9\}$, $A \setminus B = \{7; 8; 9\}$, és $B \setminus A = \{1; 2\}$. Adja meg az $A \cap B$ halmazt elemei felsorolásával!

$A \cap B =$	2 pont	
--------------	--------	--

2. Dorka és hat barátnője egymás mellé kapott jegyeket a moziba. Hányféle sorrendben ülhet a hét lány egymás mellett, ha Dorka ül a szélső, 1-es számú széken?

	2 pont	
--	--------	--

3. A háromszög alábbi nevezetes vonalai közül melyek azok, amelyek mindig illeszkednek a háromszög valamelyik oldalfelező pontjára? (Adja meg a megfelelő betűjeleket!)

A: magasságvonal

B: középvonal

C: súlyvonal

D: szögfelező

E: oldalfelező merőleges

	3 pont	
--	--------	--

4. Egy pulóver árát 15%-kal csökkentették, így most 10 200 Ft-ba kerül. Hány Ft volt a pulóver ára az árcsökkentés előtt?

	2 pont	
--	--------	--

5. Adott a valós számok halmazán értelmezett $f(x) = (x - 3)^2 - 1$ függvény. Adja meg az f minimumának helyét és értékét!

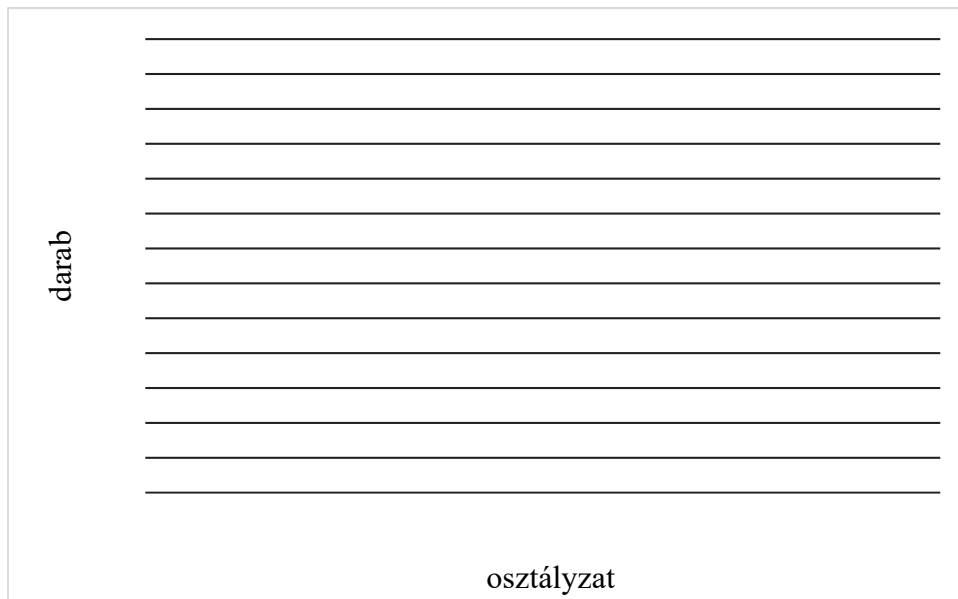
A minimum helye:	1 pont	
A minimum értéke:	1 pont	

6. Egy kocka alakú és egy téglatest alakú kőtömb térfogata egyenlő. A téglatest alakú kőtömb élei 45 cm, 120 cm és 135 cm hosszúak. Hány centiméter hosszú a kocka alakú kőtömb egy éle?

	2 pont	
--	--------	--

7. Egy középiskola végzős évfolyamának matematika-próbaérettségi eredményeit tartalmazza az alábbi táblázat. Készítsen az adatokat szemléltető oszlopdiagramot!

osztályzat	darab
1	5
2	15
3	50
4	25
5	10



3 pont	
--------	--

8. Adja meg x értékét, ha $2^{x-1} = 16$.

$x =$	2 pont	
-------	--------	--

9. Egy biztonsági őr először 4 egymás utáni napon dolgozik, utána 2 napot pihen, majd újra 4 nap munka és 2 pihenőnap következik, és így tovább. Ha az őr január 1-jén kezdett dolgozni, akkor az év 100. napján dolgozik vagy pihen? Válaszát indokolja!

	2 pont	
	1 pont	

10. Egy sorozat első tagja 5.
A második tagtól kezdve minden tag az előző tag (-2) -szeresénél 1-gyel nagyobb szám.
Adja meg a sorozat második és harmadik tagját!

A második tag:	1 pont	
A harmadik tag:	1 pont	

- 11.** Egy kör középpontja a $K(3; 2)$ pont, a kör átmegy a $P(-1; 5)$ ponton.
Adja meg a kör sugarának hosszát, és írja fel a kör egyenletét!

A kör sugarának hossza:	2 pont	
A kör egyenlete:	2 pont	

- 12.** Egy piros és egy kék szabályos dobókockát egyszerre feldobunk. Határozza meg annak a valószínűségét, hogy a két dobott szám összege legalább 11 lesz! Válaszát indokolja!

	2 pont	
A valószínűség:	1 pont	

		pontszám	
		maximális	elért
I. rész	1. feladat	2	
	2. feladat	2	
	3. feladat	3	
	4. feladat	2	
	5. feladat	2	
	6. feladat	2	
	7. feladat	3	
	8. feladat	2	
	9. feladat	3	
	10. feladat	2	
	11. feladat	4	
	12. feladat	3	
ÖSSZESEN		30	

_____ dátum

_____ javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		

_____ dátum

_____ dátum

_____ javító tanár

_____ jegyző

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó a II. írásbeli összetevő megoldását elkezdte, akkor ez a táblázat és az aláírási rész üresen marad!
2. Ha a vizsga az I. összetevő teljesítése közben megszakad, illetve nem folytatódik a II. összetevővel, akkor ez a táblázat és az aláírási rész kitöltendő!

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2021. október 19.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

2021. október 19. 8:00

II.

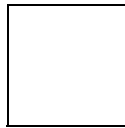
Időtartam: 135 perc

Pótlapok száma	
Tisztázati	
Piszkozati	

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Fontos tudnivalók

1. A feladatok megoldására 135 percet fordíthat, az idő leteltével a munkát be kell fejeznie.
2. A feladatok megoldási sorrendje tetszőleges.
3. A **B** részben kitűzött három feladat közül csak kettőt kell megoldania. **A nem választott feladat sorszámát írja be a dolgozat befejezésekor az alábbi négyzetbe!** Ha a javító tanár számára *nem derül ki egyértelműen*, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, akkor a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladatra nem kap pontot.

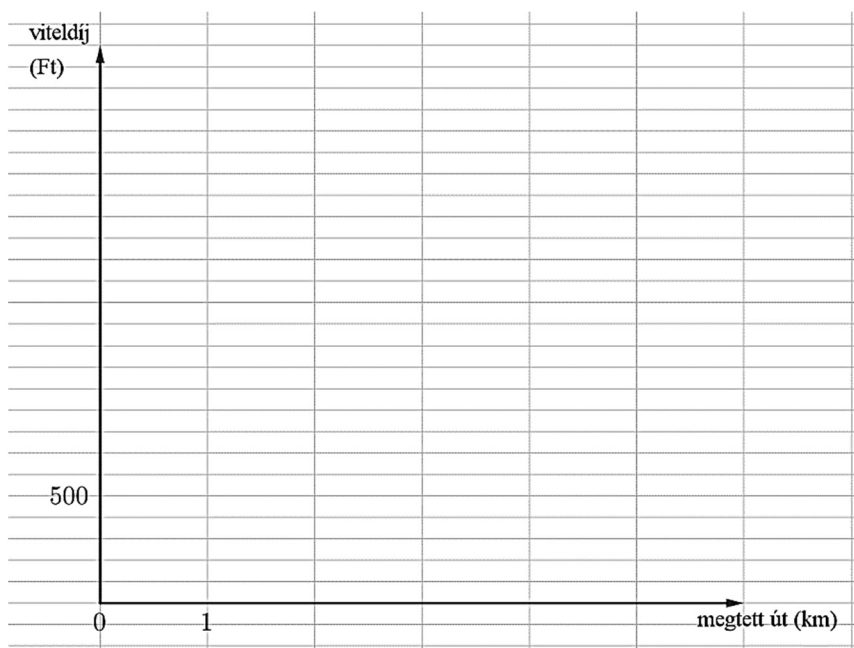


4. A feladatok megoldásához szöveges adatok tárolására és megjelenítésére nem alkalmas zsebszámológépet és bármilyen négyjegyű függvénytáblázatot használhat, más elektronikus vagy írásos segédeszköz használata tilos!
5. **A megoldások gondolatmenetét minden esetben írja le, mert a feladatra adható pontszám jelentős része erre jár!**
6. **Ügyeljen arra, hogy a lényegesebb részszámítások is nyomon követhetők legyenek!**
7. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el:** összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban felkelhető táblázatok helyettesítése (\sin , \cos , tg , \log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
8. A feladatok megoldásánál használt tételek közül az iskolában tanult, névvel ellátott tételeket (pl. Pitagorasz-tétel, magasságtétel) nem kell pontosan megfogalmazva kimondania, elég csak a tétel megnevezését említenie, *de alkalmazhatóságát röviden indokolnia kell.*
9. A feladatok végeredményét (a feltett kérdésre adandó választ) szöveges megfogalmazásban is közölje!
10. A dolgozatot tollal írja, az ábrákat ceruzával is rajzolhatja. Az ábrákon kívül a ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti. Ha valamilyen megoldást vagy megoldásrészletet áthúz, akkor az nem értékelhető.
11. Minden feladatnak csak egy megoldása értékelhető. Több megoldási próbálkozás esetén **egyértelműen jelölje**, hogy melyiket tartja érvényesnek!
12. Kérjük, hogy **a szürkített téglalapokba semmit ne írjon!**

A

13. Egy kisvárosban, ha taxival utazunk, a szolgáltatásért fizetendő viteldíj az alapdíj és a kilométerdíj összege. Az út hosszától független alapdíj 700 Ft, a megtett út hosszával egyenesen arányos kilométerdíj pedig kilométerenként 300 Ft. (A taxióra folyamatosan pörög, nemcsak egész kilométerenként mér.)

- a) Hány forint a viteldíj ebben a kisvárosban, ha 12,5 kilométert utazunk taxival?
- b) Hány kilométert utaztunk taxival, ha a viteldíj 2275 Ft?
- c) Az alábbi koordináta-rendszerben ábrázolja a viteldíjat a megtett út függvényében 0 és 5 kilométer között!



Egy másik kisvárosban a taxis utazás viteldíja szintén alapdíjből és kilométerdíjből tevődik össze. Gergő ebben a városban hétfőn egy 6,5 km hosszú taxizás után 2825 forintot fizetett, kedden pedig egy 10,4 kilométeres út után 4190 forintot.

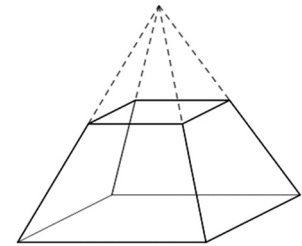
- d) Hány forint ebben a városban az alapdíj, és hány forint a kilométerdíj?

a)	2 pont	
b)	2 pont	
c)	3 pont	
d)	5 pont	
Ö.:	12 pont	

14. Egy négyzet alapú szabályos gúla alapélének hossza 66 cm, a gúla magassága 56 cm.

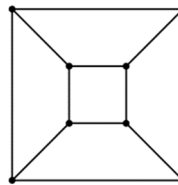
a) Számítsa ki a gúla felszínét!

A gúlát két részre vágjuk egy olyan síkkal, amely párhuzamos az alaplappal, és a gúla magasságát felezi.



b) Számítsa ki az így keletkező csonkagúla térfogatát!

A csonkagúla csúcsait és éleit gráfként is fel tudjuk rajzolni. Az így kapott 8 pontú gráfban minden pont fokszáma 3.



c) Létezik-e olyan 7 pontú gráf, amelyben minden pont fokszáma 3? (Ha válasza **igen**, akkor rajzoljon ilyen gráfot, ha a válasza **nem**, akkor válaszát indokolja.)

a)	5 pont	
b)	4 pont	
c)	2 pont	
Ö.:	11 pont	

15. Dávidnak ebben a félévben három darab 3-as és két darab 5-ös érdemjegye van angolból. Jánosnak is öt jegye van angolból. Az ő jegyeinek mediánja 1-gyel nagyobb, mint Dávid jegyeinek mediánja, az átlaga viszont 1-gyel kisebb Dávid jegyeinek átlagánál.

a) Határozza meg János angoljegyeit! (A jegyek egész számok.)

Eszter az első félévben 9 jegyet szerzett angolból, és ezek átlaga pontosan 3. A második félévben 6 jegyet szerzett, ezek átlaga pontosan 4,5.

b) Mennyi Eszter egész évben szerzett angoljegyeinek az átlaga?

Az $\{1; 2; 3; 4; 5\}$ halmaz elemei közül véletlenszerűen kiválasztunk két különbözőt.

c) Mennyi a valószínűsége, hogy a két kiválasztott szám átlaga egész szám lesz?

a)	6 pont	
b)	3 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	13 pont	

B

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

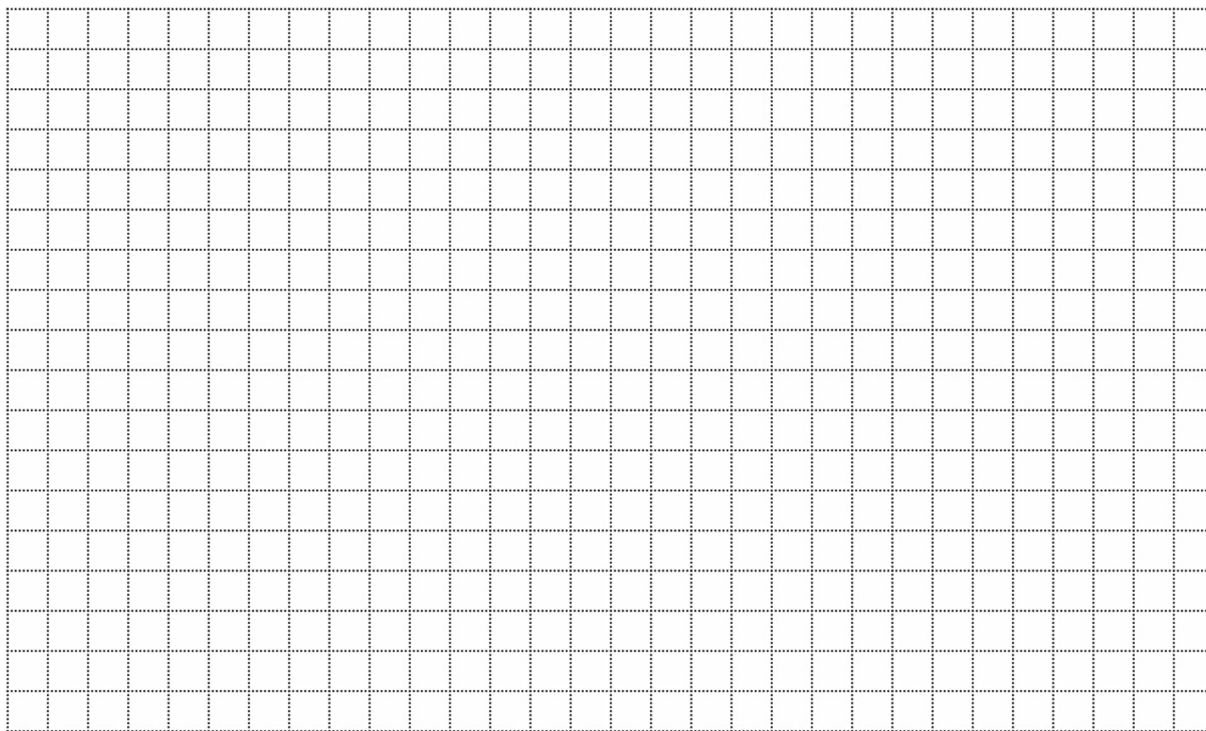
16. Egy háromszög csúcsai a koordináta-rendszerben: $A(5; 6)$, $B(4; 2)$ és $C(8; 2)$.

- a) Számítsa ki a háromszög A -nál lévő belső szögét!
- b) Írja fel a háromszög B -re illeszkedő magasságvonalának egyenletét, és számítsa ki a háromszög M magasságpontjának koordinátáit!

Az ABC háromszöget a B pontból középpontosan a kétszeresére nagyítjuk, így az $A'B'C'$ háromszöget kapjuk.

- c) Adja meg az $A'B'C'$ háromszög csúcsainak koordinátáit!

a)	6 pont	
b)	7 pont	
c)	4 pont	
Ö.:	17 pont	



**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 17.** a) Egy **számtani** sorozat második tagja 24, ötödik tagja 81. Hány százalékkal nagyobb a sorozat első 16 tagjának összege a sorozat 106. tagjánál?
- b) Egy **mértani** sorozat második tagja 24, ötödik tagja 81. A sorozat tagjai között hány olyan van, amelyik kisebb, mint 10 000 000?

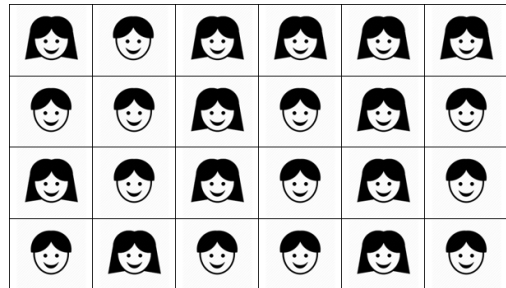
a)	8 pont	
b)	9 pont	
Ö.:	17 pont	

**A 16-18. feladatok közül tetszése szerint választott kettőt kell megoldania.
A kihagyott feladat sorszámát írja be a 3. oldalon lévő üres négyzetbe!**

- 18.** Egy osztályban kétszer annyian járnak matematikafakultációra, mint fizikafakultációra. Összesen 15 olyan diák van az osztályban, aki a két fakultáció közül valamelyikre jár. A 15 diák közül 6-an mindkét fakultációra járnak.

- a) Hány olyan diák van az osztályban, aki matematikafakultációra jár, de fizikára nem?

A távoktatás időszakában ennek az osztálynak a tagjai a tanárral együtt 24-en vesznek részt az alap-matematikaórákon. Az órákon használt online alkalmazás 4 sorban és 6 oszlopban rendezi el a résztvevőket megjelenítő egybevágó kis téglalapokat úgy, hogy ezek kitöltik a teljes képernyőt. Stefi számítógépén a képernyő vízszintes és függőleges oldalának aránya 16:9.



- b) Adja meg egy kis téglalap vízszintes és függőleges oldalának arányát két egész szám hányadosaként!

Az alkalmazás a bejelentkező személyekhez tartozó 24 téglalapot véletlenszerűen rendezi el a képernyőn.

- c) Számítsa ki annak a valószínűségét, hogy a következő órán Stefít és barátnőjét, Cilit megjelenítő téglalap is a képernyő első sorába fog kerülni! (A 24 kis téglalapot az alkalmazás mindig 4 sorban és 6 oszlopban rendezi el.)

A 24 bejelentkező személyt a képernyőn 24!-féleképpen lehet elrendezni.

- d) Mutassa meg, hogy a 24! osztható 10 000-rel!

a)	4 pont	
b)	5 pont	
c)	5 pont	
d)	3 pont	
Ö.:	17 pont	

	a feladat sorszáma	pontszám		
		maximális	elért	összesen
II. A rész	13.	12		
	14.	11		
	15.	13		
II. B rész		17		
		17		
		← nem választott feladat		
ÖSSZESEN		70		

	pontszám	
	maximális	elért
I. rész	30	
II. rész	70	
Az írásbeli vizsgarész pontszáma	100	

dátum

javító tanár

	pontszáma egész számra kerekítve	
	elért	programba beírt
I. rész		
II. rész		

dátum

dátum

javító tanár

jegyző