

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2020. május 5.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

EMBERI ERŐFORRÁSOK MINISZTERIUMA

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

1. Kérjük, hogy a dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal, olvashatóan** javítsa ki.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerüljön.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén kérjük, hogy a maximális pontszám feltüntetése mellett kipipálással jelezze, hogy az adott gondolati egységet látta, és jónak minősítette.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy **a hiba jelzése** mellett az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra. Ha a dolgozat javítását jobban követhetővé teszi, akkor a vizsgázó által elvesztett részpontszámok jelzése is elfogadható. Ne maradjon olyan részlet a megoldásban, amelyről a javítás után nem nyilvánvaló, hogy helyes, hibás vagy fölösleges.
5. A javítás során **alkalmazza az alábbi jelöléseket.**
 - helyes lépés: *kipipálás*
 - elvi hiba: *kétszeres aláhúzás*
 - számolási hiba vagy más, nem elvi hiba: *egyszeres aláhúzás*
 - rossz kiinduló adattal végzett helyes lépés: *szaggatott vagy áthúzott kipipálás*
 - hiányos indoklás, hiányos felsorolás vagy más hiány: *hiányjel*
 - nem érthető rész: *kérdőjel és/vagy hullámvonal*
6. Az ábrán kívül **ceruzával** írt részeket ne értékelje.

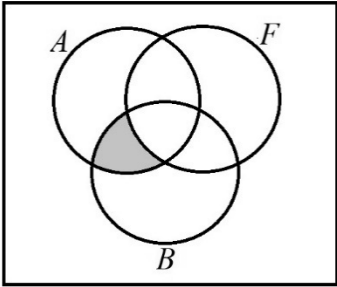
Tartalmi kérések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók, hacsak az útmutató másképp nem rendelkezik.** Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
4. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel – mint kiinduló adattal – helyesen számol tovább a következő gondolati egységekben vagy részkérdésekben, akkor ezekre a részekre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
5. Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **megjegyzés** vagy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.

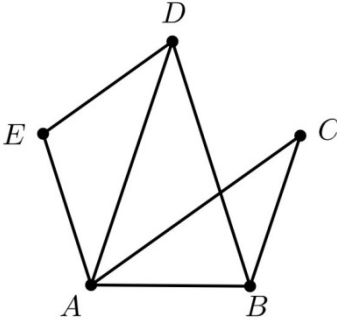
-
6. Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**. A javítás során egyértelműen jelezze, hogy melyik változatot értékelte, és melyiket nem.
 7. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
 8. Egy feladatra vagy részfeladatra adott összpontszám **nem lehet negatív**.
 9. Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
 10. A gondolatmenet kifejtése során **a zsebszámológép használata – további matematikai indoklás nélkül – a következő műveletek elvégzésére fogadható el**: összeadás, kivonás, szorzás, osztás, hatványozás, gyökvonás, $n!$, $\binom{n}{k}$ kiszámítása, a függvénytáblázatban fellelhető táblázatok helyettesítése (\sin , \cos , tg , \log és ezek inverzei), a π és az e szám közelítő értékének megadása, nullára rendezett másodfokú egyenlet gyökeinek meghatározása. További matematikai indoklás nélkül használhatók a számológépek bizonyos statisztikai mutatók kiszámítására (átlag, szórás) abban az esetben, ha a feladat szövege kifejezetten nem követeli meg az ezzel kapcsolatos részletszámítások bemutatását is. **Egyéb esetekben a géppel elvégzett számítások indoklás nélküli lépéseknek számítanak, azokért nem jár pont.**
 11. Az **ábrák** bizonyító erejű felhasználása (például adatok leolvasása méréssel) nem elfogadható.
 12. **Valószínűségek** megadásánál (ha a feladat szövege másképp nem rendelkezik) a százalékban megadott helyes válasz is elfogadható.
 13. Ha egy feladat szövege nem ír elő kerekítési kötelezettséget, akkor az útmutatóban megadottól eltérő, **ésszerű és helyes kerekítésekkel** kapott rész- és végeredmény is elfogadható.
 14. **A vizsgafeladatsor II. B részében kitzűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha a vizsgázó nem jelölte meg, hogy melyik feladat értékelését nem kéri, és a választás ténye a dolgozatból sem derül ki egyértelműen, akkor a nem értékelendő feladat automatikusan a kitzűzött sorrend szerinti utolsó feladat lesz.

I.

1.		
37 (dm ²)	2 pont	
Összesen:	2 pont	

2.		
	2 pont	
Összesen:	2 pont	

3.		
14	2 pont	
Összesen:	2 pont	

4.		
	2 pont	
<i>E ismerősei: A és D.</i>	1 pont	
Összesen:	3 pont	

5.		
A: hamis B: igaz C: hamis	2 pont	<i>2 jó válasz esetén 1 pont, 1 jó válasz esetén 0 pont jár.</i>
Összesen:	2 pont	

6.		
A megrajzolt grafikon egy felfelé nyíló normálparabola íve,	1 pont	
melynek tengelypontja (1; 0).	1 pont	
A függvény a megfelelő intervallumon van ábrázolva.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

7.		
A terjedelem: 6 (év)	1 pont	
A módusz: 17 (év)	1 pont	
A medián: 16 (év)	1 pont	
Összesen:	3 pont	

8.		
11	2 pont	
Összesen:	2 pont	

9.		
A végtelen szakaszos tizedes törtben a szakasz hossza 6 számjegy.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
$100 = 6 \cdot 16 + 4$	1 pont	<i>A 96. számjegy az 5.</i>
Így a 100. számjegy a 2.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

10.		
(A kért oldal hosszát a -val jelölve, a szinusz-tétel alapján:) $\frac{a}{11} = \frac{\sin 122^\circ}{\sin 45^\circ}$.	2 pont	
Ebből $a = \left(\frac{\sin 122^\circ}{\sin 45^\circ} \cdot 11 \approx \right) 13,2$ cm.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

11.		
18	2 pont	<i>A hányados (6) helyes meghatározásáért 1 pont jár.</i>
Összesen:	2 pont	

12. első megoldás		
$6^3 (= 216)$ -féle háromjegyű számot kaphatunk (összes eset száma).	1 pont	
500-nál nagyobb szám közülük $2 \cdot 6 \cdot 6 (= 72)$ szám, mert az első számjegye 5 vagy 6 lehet (kedvező esetek száma).	1 pont	
A keresett valószínűség: $\frac{2 \cdot 6 \cdot 6}{6^3} = \frac{1}{3}$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

12. második megoldás		
Csak az első dobást kell figyelni, mert a kapott szám akkor lesz 500-nál nagyobb, ha az első dobás 5 vagy 6 (a kedvező esetek száma 2).	1 pont	
Az első dobás összesen 6-féle lehet.	1 pont	
A keresett valószínűség: $\frac{2}{6} = \frac{1}{3}$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

II. A

13. a) első megoldás		
Értelmezési tartomány: $x \neq 2$ és $x \neq -2$.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó behelyettesítéssel ellenőriz.</i>
Az egyenletet rendezve: $x^2 - 4x + 4 = 2x^2 - 8$.	1 pont	
$x^2 + 4x - 12 = 0$	1 pont	
$x_1 = 2, x_2 = -6$	2 pont	
Ellenőrzés behelyettesítéssel: a -6 megoldása az egyenletnek, a 2 nem.	1 pont	<i>Ez a pont jár, ha a vizsgázó az értelmezési tartomány megadása mellett ekvivalens átalakításokra hivatkozva jól válaszol.</i>
Összesen:	6 pont	

13. a) második megoldás		
Értelmezési tartomány: $x \neq 2$ és $x \neq -2$.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a vizsgázó behelyettesítéssel ellenőriz.</i>
A tört számlálóját és nevezőjét szorzattá alakítva: $\frac{(x-2)^2}{(x+2)(x-2)} = 2$.	1 pont	
A törtet egyszerűsítve ($x \neq 2$): $\frac{x-2}{x+2} = 2$.	1 pont	
Az egyenletet rendezve: $x - 2 = 2x + 4$,	1 pont	
amiből $x = -6$.	1 pont	
Ellenőrzés behelyettesítéssel vagy az értelmezési tartomány feltüntetése mellett ekvivalens átalakításokra való hivatkozással.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

13. b)		
h	2 pont	<i>Egy jó és egy rossz válasz esetén 1 pont, minden más esetben 0 pont jár.</i>
Összesen:	2 pont	

13. c)					
	van zérushelye	monoton növekvő a teljes ért. tartományon	van minimuma	5 pont	8 helyes válasz esetén 4, 7 helyes válasz esetén 3, 6 helyes válasz esetén 2, 5 helyes válasz esetén 1 pont jár. 5-nél kevesebb helyes válasz esetén nem jár pont.
<i>f</i>	igaz	igaz	hamis		
<i>g</i>	hamis	igaz	hamis		
<i>h</i>	igaz	hamis	igaz		
Összesen:				5 pont	

14. a)		
Kung Li-csiao 2. dobása 19,39 (m).	1 pont	
A hiányzó eredmények: 20,42; 20,63; 19,87; 19,35.	1 pont	
A helyezések rendje: 2., 1., 4., 3., 5.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

14. b)		
Az átlag (m): $\frac{17,60+18,72+19,39+19,38+19,10+19,87}{6} = 19,01.$	1 pont	<i>Ez a 2 pont akkor is jár, ha a vizsgázó az átlagot és a szórást számológéppel helyesen számolja ki.</i>
A szórás (m): $\sqrt{\frac{1,41^2 + 0,29^2 + 0,38^2 + 0,37^2 + 0,09^2 + 0,86^2}{6}} \approx$	1 pont	
$\approx 0,72.$	1 pont	
Összesen:	3 pont	

14. c)		
4 kg = 4000 g	1 pont	
A golyó térfogata $4000 : 8,73 \approx 458,19$ (cm ³).	1 pont	
Ha <i>r</i> cm sugarú a golyó (gömb), akkor $\frac{4}{3}r^3\pi = 458,19,$	1 pont	
$(r^3 \approx 109,38)$ ahonnan $r \approx 4,782$ (cm).	2 pont	
A golyó átmérője ($2r \approx$) 9,6 cm.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

15. a)		
A felmérés alapján (kerekítés nélkül) a kék törölközők darabszáma: $\frac{176}{500} \cdot 10\,000 = 3520$. Ugyanígy számolva 3060 sárga, 2480 piros és 940 zöld törölköző készülne.	2 pont	
A kért kerekítéssel 3500 kék, 3100 sárga, 2500 piros és 900 zöld színű törölköző készült.	1 pont	<i>Ez a pont nem jár, ha a vizsgázó nem kerekít, vagy rosszul kerekít.</i>
Összesen:	3 pont	

15. b) első megoldás		
(A kiválasztás sorrendjét figyelembe véve) $7 \cdot 6 (= 42)$ -féleképpen választhatunk ki két törölközőt (összes eset).	1 pont	
A kedvező esetek száma 2.	1 pont	
A keresett valószínűség $\frac{2}{42} \approx 0,048$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

15. b) második megoldás		
(A kiválasztás sorrendjét figyelmen kívül hagyva) $\binom{7}{2} (= 21)$ -féleképpen választhatunk ki két törölközőt (összes eset).	1 pont	
A kedvező esetek száma ebben az esetben 1.	1 pont	
A keresett valószínűség $\frac{1}{21} \approx 0,048$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

15. b) harmadik megoldás		
$\frac{2}{7}$ annak a valószínűsége, hogy elsőre sárga törölközőt húzunk.	1 pont	
Ezután $\frac{1}{6}$ annak a valószínűsége, hogy másodikra is sárga törölközőt húzunk.	1 pont	
A keresett valószínűség ezek szorzata, azaz $\frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} \approx 0,048$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

15. c) első megoldás		
Jelölje a gyárban tavaly dolgozó férfiak számát x . A nők száma tavaly $3x$ volt. Idén $x + 6$ férfi és $3x + 70$ nő dolgozik a gyárban.	1 pont*	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ezek a gondolatok csak a megoldásból derülnek ki.</i>
A szöveg alapján: $4(x + 6) = 3x + 70$,	1 pont*	
amiből $x = 46$.	1 pont*	
Idén ($46 + 6 =$) 52 férfi és ($3 \cdot 46 + 70 =$) 208 nő dolgozik a gyárban.	1 pont	
Ellenőrzés: $208 = 4 \cdot 52$, továbbá tavaly 46 férfi és $208 - 70 = 138$ nő dolgozott a gyárban, ami megfelel a feltételeknek ($138 = 46 \cdot 3$).	1 pont	
Összesen:	5 pont	

*Megjegyzés: A *-gal jelölt pontokat az alábbi gondolatmenetért is megkaphatja a vizsgázó.*

Jelölje a gyárban idén dolgozó férfiak számát y . A nők száma idén $4y$. Tavaly $y - 6$ férfi és $4y - 70$ nő dolgozott a gyárban.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ezek a gondolatok csak a megoldásból derülnek ki.</i>
A szöveg alapján: $3(y - 6) = 4y - 70$,	1 pont	
amiből $y = 52$.	1 pont	

15. c) második megoldás		
Ha idén a gyár összes dolgozójának száma z , akkor tavaly a dolgozók száma $z - 76$ volt. Tavaly a dolgozók negyede volt férfi, idén pedig az ötöde.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ezek a gondolatok csak a megoldásból derülnek ki.</i>
A szöveg alapján: $\frac{z - 76}{4} + 6 = \frac{z}{5}$,	1 pont	
amiből $z = 260$.	1 pont	
Idén ($260 : 5 =$) 52 férfi és ($260 - 52 =$) 208 nő dolgozik a gyárban.	1 pont	
Ellenőrzés: $208 = 4 \cdot 52$, továbbá tavaly 46 férfi és $208 - 70 = 138$ nő dolgozott a gyárban, ami megfelel a feltételeknek ($138 = 46 \cdot 3$).	1 pont	
Összesen:	5 pont	

II. B

16. a) első megoldás		
A B pont az AD szakasz felezőpontja, ezért ha $D(d_1; d_2)$, akkor $8 = \frac{d_1 + (-8)}{2}$, amiből $d_1 = 24$.	1 pont	
Ugyanígy $0 = \frac{d_2 + (-12)}{2}$, amiből $d_2 = 12$.	1 pont	
Tehát $D(24; 12)$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

16. a) második megoldás		
A tükrözés miatt $\overline{AB} = \overline{BD}$.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
$\overline{AB} = \overline{BD} = (16; 12)$	1 pont	
Így a D -be mutató helyvektornak (egyben D -nek) a koordinátái: $\mathbf{d} = \mathbf{b} + \overline{AB} = (24; 12)$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

16. a) harmadik megoldás		
A B pont az AD szakasz felezőpontja, ezért a helyvektorokra teljesül: $\mathbf{b} = \frac{\mathbf{a} + \mathbf{d}}{2}$.	1 pont	
Az origóból a D -be mutató helyvektornak (egyben D -nek) a koordinátái: $\mathbf{d} = 2\mathbf{b} - \mathbf{a} = 2 \cdot (8; 0) - (-8; -12) =$	1 pont	
$= (24; 12)$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

16. a) negyedik megoldás		
A B pont első koordinátája 16-tal nagyobb, mint az A pont első koordinátája, tehát a D pont első koordinátája is 16-tal nagyobb, mint a B első koordinátája.	1 pont	
A B pont második koordinátája 12-vel nagyobb, mint az A pont második koordinátája, tehát a D pont második koordinátája is 12-vel nagyobb, mint a B második koordinátája.	1 pont	
Tehát a D pont koordinátái: $(24; 12)$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

16. b)		
A háromszög magasságvonala a csúcson áthaladó, a szemközti oldal egyenesére merőleges egyenes.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
A B csúcson átmenő magasságvonal egyik normálvektora $\overline{AC} = (7; 24)$,	1 pont	
tehát egyenlete $7x + 24y = 7 \cdot 8 + 24 \cdot 0 = 56$.	2 pont	
Összesen:	4 pont	

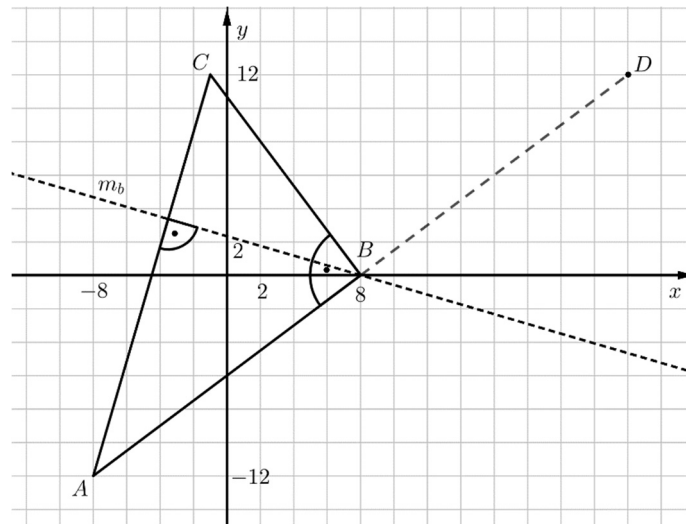
16. c) első megoldás		
A háromszög oldalainak hossza: $AB = \sqrt{16^2 + 12^2} = 20$, $BC = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15$, $CA = \sqrt{7^2 + 24^2} = 25$.	2 pont	<i>Egy hiba esetén 1 pont, több hiba esetén 0 pont jár.</i>
Mivel $15^2 + 20^2 = 25^2$, ezért (a Pitagorasz-tétel megfordítása miatt) a háromszög valóban derékszögű (és a derékszög a B csúcsnál van).	2 pont	
Összesen:	4 pont	

16. c) második megoldás		
A háromszög két oldalvektora: $\overline{BA} = (-16; -12)$ és $\overline{BC} = (-9; 12)$.	2 pont	
A két vektor skaláris szorzata: $\overline{BA} \cdot \overline{BC} = (-16; -12) \cdot (-9; 12) = 144 - 144 = 0$, tehát valóban derékszög van a háromszög B csúcánál.	2 pont	
Összesen:	4 pont	

16. c) harmadik megoldás		
Az AC oldal felezőpontja $K(-4,5; 0)$,	1 pont	
melynek távolsága a három csúcstól egyenlő: $CK = AK = \sqrt{3,5^2 + 12^2} = 12,5$, és $BK = 12,5$.	2 pont	
A Thalész-tétel miatt ekkor valóban derékszög van a háromszög B csúcánál.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

16. c) negyedik megoldás		
Az AB oldalegyenes meredeksége $\frac{8 - (-8)}{0 - (-12)} = \frac{16}{12} = \frac{4}{3}$, a BC oldalegyenes meredeksége $\frac{-1 - 8}{12 - 0} = \frac{-9}{12} = -\frac{3}{4}$.	2 pont	

A két meredekség szorzata: $\frac{4}{3} \cdot \left(-\frac{3}{4}\right) = -1$, tehát a két oldalegyenes merőleges egymásra, azaz valóban derékszög van a háromszög B csúcsánál.	2 pont	
Összesen:	4 pont	



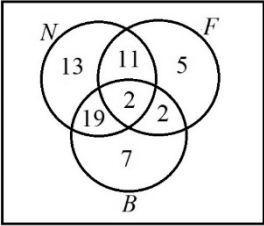
16. d) első megoldás		
Ha mindhárom pontot ugyanazzal a színnel színezzük, akkor három különböző színezés lehetséges.	1 pont	
Ha két színt használunk fel, akkor ezt a két színt háromféleképpen választhatjuk ki.	1 pont	
Legyen a két szín például a kék és a zöld. Ezzel a két színnel a három pontot 6-féleképpen színezhettük ki: KKZ, KZK, ZKK, ZZK, ZKZ, KZZ.	2 pont	<i>Ha minden pont kék vagy zöld, akkor 2^3 lehetőség van, de ebből a 8-ból 2 eset olyan, amikor minden pont azonos színű.</i>
Így két színnel ($3 \cdot 6 =$) 18 különböző színezés létezik.	1 pont	
A lehetséges színezések száma ($3 + 18 =$) 21.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

16. d) második megoldás		
Megszámoljuk a három pont három színnel történő színezési lehetőségeinek a számát, és ebből kivonjuk azokat, amikor mindhárom színt felhasználjuk.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Három pontot három színnel $3^3 = 27$ -féleképpen lehet kiszínezni.	2 pont	
Ezek között $3! = 6$ olyan színezés van, amikor a három pont különböző színű.	2 pont	
A lehetséges színezések száma ($27 - 6 =$) 21.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó rendezetten felsorolja az összes lehetőséget, és ez alapján helyes választ ad, akkor teljes pontszámot kapjon.

17. a) első megoldás		
Az egymás utáni napokon elültetett fák száma egy olyan $\{a_n\}$ számtani sorozat első 30 tagját alkotja, melynek differenciája 2.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
A feladat szövege alapján: $S_{30} = \frac{2a_1 + 29 \cdot 2}{2} \cdot 30 = 3000.$	1 pont	
Ebből kapjuk, hogy az első napon $a_1 = 71$,	2 pont	
a 30. napon pedig $a_{30} = 71 + 29 \cdot 2 = 129$ fát kellett elültetni a terv teljesítéséhez. (Ezek megfelelnek a feladat feltételeinek.)	1 pont	
Összesen:	5 pont	

17. a) második megoldás		
Az egymás utáni napokon elültetett fák száma egy olyan $\{a_n\}$ számtani sorozat első 30 tagját alkotja, melynek differenciája 2.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
A számtani sorozat tulajdonsága alapján: $a_1 + a_{30} = a_2 + a_{29} = \dots = a_{15} + a_{16} = \frac{3000}{15} = 200.$	1 pont	
$a_1 + a_1 + 58 = 200$, így az első napon $a_1 = 71$,	2 pont	
a 30. napon pedig $a_{30} = 200 - 71 = 129$ fát kellett elültetni a terv teljesítéséhez. (Ezek megfelelnek a feladat feltételeinek.)	1 pont	
Összesen:	5 pont	

17. b)		
Helyesen kitöltött halmazábra. 	4 pont	
Összesen $(13 + 11 + 5 + 19 + 2 + 2 + 7 =)$ 59 fa kapott valamilyen jelölést.	1 pont	$45 + 30 + 20 - (21 + 13 + 4) + 2$
Így $(3000 - 59 =)$ 2941 fa nem kapott semmilyen jelölést a telepítettek között.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

17. c)		
Egy év alatt a faállomány az 1,03-szorosára változik.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>

(Ha x év múlva lesz $16\,000\text{ m}^3$ a faállomány, akkor) $10\,000 \cdot 1,03^x = 16\,000$	1 pont	
$1,03^x = 1,6$	1 pont	
$x = \log_{1,03} 1,6 \left(= \frac{\lg 1,6}{\lg 1,03} \right) \approx 15,9$	2 pont	<i>Mindkét oldal 10-es alapú logaritmusát véve és a megfelelő azonosságot alkalmazva: $x \cdot \lg 1,03 = \lg 1,6$, amiből $x \approx 15,9$.</i>
Tehát kb. 16 év múlva éri el a faállomány a $16\,000\text{ m}^3$ -t.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó évről évre helyes kerekítéssel kiszámolja a faállományt, és ez alapján helyesen válaszol, akkor teljes pontszámot kapjon.
2. Ha a vizsgázó egyenlet helyett egyenlőtlenséggel dolgozik, akkor a megfelelő pontok járnak.

18. a)		
Az ötszög belső szögeinek összege $3 \cdot 180^\circ = 540^\circ$.	1 pont	
A hiányzó szögek nagysága (a szimmetria miatt) $(540^\circ - 3 \cdot 120^\circ) : 2 = 90^\circ$ valóban.	1 pont	
Összesen:	2 pont	

18. b)		
Az AD és BD átlók az ötszöget két egyenlő szárú derékszögű háromszögre és egy harmadik (egyenlő szárú) háromszögre bontják.		
	1 pont	
$T_{AED} = T_{BCD} = \frac{10 \cdot 10}{2} = 50\text{ (cm}^2\text{)}$	1 pont	
Az AD és a BD szakasz hossza Pitagorasz-tétellel: $\sqrt{10^2 + 10^2} = \sqrt{200} = 10\sqrt{2} \approx 14,14\text{ (cm)}$.	1 pont	
Az ADB háromszögben a szárak által bezárt szög 30° -os, így a háromszög területe: $T_{ADB} = \frac{10\sqrt{2} \cdot 10\sqrt{2} \cdot \sin 30^\circ}{2} = 50\text{ (cm}^2\text{)}$.	2 pont	<i>Az ADB háromszögben az AD oldalhoz tartozó magasság hossza: $m \approx 14,14 \cdot \sin 30^\circ = 7,07$, így $T_{ADB} \approx 49,98\text{ (cm}^2\text{)}$.</i>
$T_{ABCDE} = 2 \cdot 50 + 50 = 150\text{ cm}^2$	1 pont	
Összesen:	6 pont	

Megjegyzések:

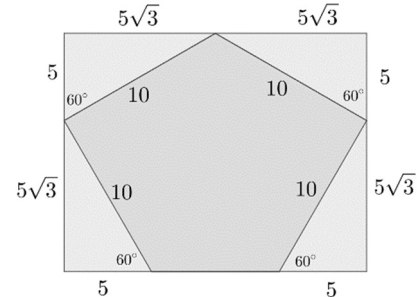
1. 1-1 pont jár az EDC háromszög területének ($T \approx 43,3 \text{ cm}^2$), az EC oldal hosszának ($EC \approx 17,32 \text{ cm}$), az ABCE trapéz magasságának ($m \approx 8,66 \text{ cm}$), az AB oldal hosszának ($AB \approx 7,32 \text{ cm}$) és a trapéz területének ($t \approx 106,7 \text{ cm}^2$) kiszámításáért. További 1 pont jár a helyes válaszért ($T + t \approx 150 \text{ cm}^2$).

2. Az ötszöget téglalapba foglalva, a téglalap területe $10\sqrt{3}(5 + 5\sqrt{3}) = 50\sqrt{3} + 150$.

A négy kiegészítő derékszögű háromszög egybevágó,

együttes területük: $4 \cdot \frac{25\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3}$.

Az ötszög területe tehát 150 cm^2 .



18. c)

1 óra alatt külön-külön elvégzik a munka $\frac{1}{20}$, illetve $\frac{1}{30}$ részét.	1 pont	
1 óra alatt együtt az $\frac{1}{20} + \frac{1}{30}$ részét végzik el a munkának.	1 pont	<i>Az együtt végzett munkához szükséges időt (órában mérve) jelölje x. Ekkor $\frac{1}{20}x + \frac{1}{30}x = 1$.</i>
$\frac{1}{20} + \frac{1}{30} = \frac{3+2}{60} = \frac{5}{60}$	1 pont	$\frac{5}{60}x = 1$
Együtt dolgozva $\frac{60}{5} = 12$ óra alatt végeznek.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

18. d)

Annak a valószínűsége, hogy egy adott matricával jelzett dobozban a matricán szereplő színű kő van $1 - 0,01 = 0,99$.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ez a gondolat csak a megoldásból derül ki.</i>
Annak a valószínűsége, hogy mind a 21 kiválasztott dobozban szürke kő lesz $0,99^{21} \approx 0,8097$.	1 pont	
Annak a valószínűsége, hogy 20 dobozban szürke, egy dobozban sárga színű kő lesz: $\binom{21}{20} \cdot 0,99^{20} \cdot 0,01 \approx 0,1718$.	2 pont	
A keresett valószínűség ezek összege: $0,8097 + 0,1718 \approx 0,9815$.	1 pont	
Összesen:	5 pont	