

ÉRETTSÉGI VIZSGA • 2012. október 16.

MATEMATIKA

KÖZÉPSZINTŰ ÍRÁSBELI ÉRETTSÉGI VIZSGA

JAVÍTÁSI-ÉRTÉKELÉSI ÚTMUTATÓ

**EMBERI ERŐFORRÁSOK
MINISZTERIUMA**

Fontos tudnivalók

Formai előírások:

1. A dolgozatot a vizsgázó által használt színűtől **eltérő színű tollal** kell javítani, a tanári gyakorlatnak megfelelően jelölve a hibákat és a hiányokat.
2. A feladatok mellett található szürke téglalapok közül az elsőben a feladatra adható maximális pontszám van, a javító által adott **pontszám a** mellette levő **téglalapba** kerül.
3. **Kifogástalan megoldás** esetén elég a maximális pontszám beírása a megfelelő téglalapokba.
4. Hiányos/hibás megoldás esetén kérjük, hogy az egyes **részpontszámokat** is írja rá a dolgozatra.
5. Az ábrán kívül ceruzával írt részeket a javító tanár nem értékelheti.

Tartalmi kérések:

1. Egyes feladatoknál több megoldás pontozását is megadtuk. Amennyiben azoktól **eltérő megoldás** születik, keresse meg ezen megoldásoknak az útmutató egyes részleteivel egyenértékű részeit, és ennek alapján pontozzon.
2. A pontozási útmutató pontjai tovább **bonthatók**, hacsak az útmutató másképp nem rendelkezik. Az adható pontszámok azonban csak egész pontok lehetnek.
3. Ha a megoldásban **számolási hiba**, pontatlanság van, akkor csak arra a részre nem jár pont, ahol a tanuló a hibát elkövette. Ha a hibás részeredménnyel helyes gondolatmenet alapján tovább dolgozik, és a megoldandó probléma lényegében nem változik meg, akkor a következő részpontszámokat meg kell adni.
4. **Elvi hibát** követően egy gondolati egységen belül (ezeket az útmutatóban kettős vonal jelzi) a formálisan helyes matematikai lépésekre sem jár pont. Ha azonban a tanuló az elvi hibával kapott rossz eredménnyel, mint kiinduló adattal helyesen számol tovább a következő gondolati egységben vagy részkérdésben, akkor erre a részre kapja meg a maximális pontot, ha a megoldandó probléma lényegében nem változott meg.
5. Ha a megoldási útmutatóban zárójelben szerepel egy **megjegyzés** vagy **mértékegység**, akkor ennek hiánya esetén is teljes értékű a megoldás.
6. Egy feladatra adott többféle megoldási próbálkozás közül **a vizsgázó által megjelölt változat értékelhető**.
7. A megoldásokért **jutalompont** (az adott feladatra vagy feladatrészre előírt maximális pontszámot meghaladó pont) **nem adható**.
8. Az olyan részszámításokért, részlépésekért **nem jár pontlevonás**, melyek hibásak, de amelyeket a feladat megoldásához a vizsgázó ténylegesen nem használ fel.
9. **A vizsgafeladatsor II. B részében kitűzött 3 feladat közül csak 2 feladat megoldása értékelhető**. A vizsgázó az erre a célra szolgáló négyzetben – feltehetőleg – megjelölte annak a feladatnak a sorszámát, amelynek értékelése nem fog beszámítani az összpontszámába. Ennek megfelelően a megjelölt feladatra esetlegesen adott megoldást nem is kell javítani. Ha mégsem derül ki egyértelműen, hogy a vizsgázó melyik feladat értékelését nem kéri, akkor automatikusan a kitűzött sorrend szerinti legutolsó feladat lesz az, amelyet nem kell értékelni.

I.

1.		
$a_{26} = 104.$	2 pont	<i>A megfelelő képletbe történő jó behelyettesítésért, de hibás számításért 1 pont jár.</i>
Összesen:	2 pont	

2.		
$A = \{1;2;4;5\}$	1 pont	<i>Ha nem vagy hibásan szerepel a halmazok elemeinek a felsorolása, de egy jó Venn-diagramot felrajzol a vizsgázó, akkor 1 pontot kaphat.</i>
$B = \{2;3;5;6\}$	1 pont	
Összesen:	2 pont	

3.		
$x = 16$	2 pont	<i>$\sqrt{x} = 4$ megállapítása 1 pontot ér.</i>
Összesen:	2 pont	

4.		
A kollégista fiúk számát ábrázoló körcikkhez tartozó középponti szög 45° .	1 pont	
Ez a 360° -nak $\frac{1}{8}$ része.	1 pont	
A kollégista fiúk száma: 60.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

5.		
A kiválasztandó tanulók száma: 5	2 pont	<i>Nem bontható.</i>
Összesen:	2 pont	

6.		
A keresett számot x -szel jelölve, a szám $\frac{5}{6}$ része: $\frac{5}{6}x$.	1 pont	
$\frac{5}{6}x \cdot 0,2 = 31$	1 pont	
$x = 186$	1 pont	
Összesen:	3 pont	

7.		
A) igaz B) hamis C) igaz D) hamis	1-1 pont	
Összesen:	4 pont	

8.		
A feltételeknek megfelelő gráf.	2 pont	<i>Ha a rajzolt gráfra a három feltételből csak kettő teljesül, akkor a vizsgázó 1 pontot kap.</i>
Összesen:	2 pont	

9.		
f értékkészlete: $[-2; 2]$	1 pont	<i>Az értékkészlet bármilyen más alakban történő helyes megadása esetén járnak a pontok.</i>
g értékkészlete: $[-1; 1]$	1 pont	
Összesen:	2 pont	

10.		
Az $\mathbf{a} + \mathbf{b}$ vektor hossza 4 cm.	2 pont	<i>1 pont jár, ha a vizsgázó ábrájáról kiderül, hogy ismeri vektorok összeadásának módját.</i>
Összesen:	2 pont	

11. első megoldás		
A (szabályos) tizenkétszög belső szögeinek összege: $(12 - 2) \cdot 180^\circ =$	1 pont	
$= 1800^\circ,$	1 pont	
így egy belső szöge 150° .	1 pont	
Összesen:	3 pont	

11. második megoldás		
A szabályos tizenkétszög középpontjából két szomszédos csúcshoz húzott szakasz 30° -os szöget zár be egymással.	1 pont	
Az így keletkező egyenlőszárú háromszög alapon fekvő szögei 75° -osak.	1 pont	
A szabályos tizenkétszög egy belső szöge ennek kétszerese: 150° .	1 pont	
Összesen:	3 pont	

11. harmadik megoldás		
Egy konvex sokszög külső szögeinek az összege 360° ,	1 pont	
így a szabályos tizenkészsög egy külső szöge 30° ,	1 pont	
vagyis egy belső szöge 150° .	1 pont	
Összesen:	3 pont	

12.		
$94,5 = b_1 \cdot \frac{2^6 - 1}{2 - 1}$	1 pont	<i>A képletért (behelyettesítés nélkül) nem jár pont.</i>
$94,5 = b_1 \cdot 63$	1 pont	
$b_1 = 1,5$	1 pont	
Összesen:	3 pont	

II. A

13. a)		
A BC oldalegyenes egy irányvektora a $\overrightarrow{BC}(-12;9)$ vektor.	1 pont	<i>A BC oldalegyenes normálvektora például a $(9; 12)$ vektor.</i>
Ezzel az egyenes egyenlete: $9x + 12y = 9 \cdot 9 + 12 \cdot (-3)$,	1 pont	
azaz: $9x + 12y = 45$ ($3x + 4y = 15$).	1 pont	
Összesen:	3 pont	

13. b) első megoldás		
A BC oldallal párhuzamos középvonal az AB és az AC oldal felezőpontját összekötő szakasz.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
Az AB oldal felezőpontja: $F_{AB}(3,5; -2)$, az AC oldal felezőpontja: $F_{AC}(-2,5; 2,5)$.	1 pont	
A középvonal hossza: $\sqrt{6^2 + (-4,5)^2} = 7,5$.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

13. b) második megoldás		
A BC oldallal párhuzamos középvonal hossza fele a BC oldal hosszának.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
A BC oldal hossza: $\sqrt{12^2 + (-9)^2} = 15$.	1 pont	
A középvonal hossza: 7,5.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

13. c) első megoldás		
Az ABC háromszög oldalainak hossza: $AB = \sqrt{125}$, $BC = 15$, $AC = \sqrt{50}$.	2 pont	<i>Ha csak 2 oldal hossza helyes, akkor a vizsgázó 1 pontot kap.</i>
A C csúcsnál lévő belső szöget jelölje γ . Alkalmazva a koszinusztételt:	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
$125 = 225 + 50 - 2 \cdot 15 \cdot \sqrt{50} \cdot \cos \gamma$	1 pont	
$\cos \gamma = \frac{\sqrt{2}}{2}$ ($\approx 0,7071$)	1 pont	
(Mivel $0^\circ < \gamma < 180^\circ$, így) $\gamma = 45^\circ$.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

13. c) második megoldás		
$\overrightarrow{CB}(12; -9), \overrightarrow{CA}(1; -7)$	1 pont	
A vektorok hossza: $ \overrightarrow{CB} = 15, \overrightarrow{CA} = \sqrt{50}.$	1 pont	
(A skalárszorzat definíciója szerint): $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = 15 \cdot \sqrt{50} \cdot \cos \gamma.$	1 pont	
Másrészt: $\overrightarrow{CB} \cdot \overrightarrow{CA} = 12 \cdot 1 + (-9) \cdot (-7) = 75.$	1 pont	
Ezekből $\cos \gamma = \frac{1}{\sqrt{2}} (\approx 0,7071).$	1 pont	
(Mivel $0^\circ < \gamma < 180^\circ$, így) $\gamma = 45^\circ.$	1 pont	
Összesen:	6 pont	

14. a)		
Ha három színt akarunk felhasználni, akkor a kitűző mezői különböző színűek lesznek.	1 pont	<i>Ez a 2 pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
Az egyik (például a legbelső) mezőt 5-féle, a mellette levőt 4-féle, a harmadikat 3-féle színnel színezhethetjük ki.	1 pont	
Így $5 \cdot 4 \cdot 3 = 60$ -féle háromszínű kitűzőt készíthetünk.	1 pont	
Összesen:	3 pont	

14. b) első megoldás		
Az ötből két színt $\binom{5}{2} =$	1 pont	
$= 10$ -féleképpen választhatunk ki.	1 pont	
A három mező közül a két egyszínűt háromféleképpen lehet kiválasztani,	1 pont	<i>Ha a vizsgázó csak azt a két esetet találja meg, amikor szomszédos mezők nem azonos színűek, akkor 1 pontot kap.</i>
és mindegyik esethez kétféle színezés tartozik, ez összesen 6 lehetőség.	1 pont	
A kétszínű kitűzők száma így $10 \cdot 6 = 60.$	1 pont	
Összesen:	5 pont	

14. b) második megoldás		
A kitűzőt egy vagy kettő vagy három színnel lehet kiszínezni.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>

A kitűző minden mezőjét ötféleképpen színezhethetjük ki, így összesen $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ -féleképpen színezhethetjük ki a kitűzőt.	1 pont	
Egyszínű kitűzőből 5-félét lehet készíteni.	1 pont	
A kétszínű kitűzők számát megkapjuk, ha az összes lehetséges kiszínezés számából levonjuk az egyszínű és háromszínű kitűzők számát.	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
A kétszínű kitűzők száma így $125 - 5 - 60 = 60$.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

14. c)

A kitűző minden mezőjét ötféleképpen színezhethetjük ki, így összesen $5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$ -féle színezés lehetséges.	1 pont	
A megadott három szín $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$ kitűzőn szerepel.	1 pont	
A kérdéses valószínűség tehát $p = \frac{\text{kedvező esetek száma}}{\text{összes eset száma}} =$	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
$= \frac{6}{125} (= 0,048)$.	1 pont	
Összesen:	4 pont	

15. a)

$f(3) = 20,25$	1 pont	
$x^2 + 2x + 3,5 = 2,5$	1 pont	
$x = -1$	1 pont	
Összesen:	3 pont	

15. b)

A függvény hozzárendelési utasítását átalakítva: $x^2 + 2x + 3,5 = (x + 1)^2 + 2,5$.	1 pont	
A függvény minimuma a 2,5.	1 pont	<i>Ez a pont jár, ha a helyesen megadott értékkészletből derül ki a függvény minimuma.</i>
Az értékkészlet: $[2,5; \infty[$	1 pont	<i>Az értékkészlet bármilyen más alakban történő helyes megadása esetén is jár ez a pont.</i>
Összesen:	3 pont	

15. c)		
Rendezés után: $x^2 - 3x - 1,75 < 0$.	1 pont	
Az $x^2 - 3x - 1,75 = 0$ egyenlet gyökei: $x_1 = -\frac{1}{2}$ és $x_2 = \frac{7}{2}$.	2 pont	
Mivel a másodfokú kifejezés főegyütthatója pozitív,	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
ezért az egyenlőtlenség megoldása: $-\frac{1}{2} < x < \frac{7}{2}$.	2 pont	<i>Ha a vizsgázó az intervallum végpontjait is a megoldáshalmaz részének tekinteti, akkor legfeljebb 1 pontot kaphat.</i>
Összesen:	6 pont	

II. B

16. a) első megoldás		
Jelöljük x -szel azt, hogy Stefi hány percet beszélt csúcsidőben ($0 < x < 120$) és y -nal azt, hogy hány forintot kell fizetni a telefonálásért percenként csúcsidőben ($25 < y$).	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
A feladat szövege alapján felírható egyenletrendszer: $xy = 2000$ $(120 - x)(y - 25) = 2000$	2 pont	
A zárójeleket felbontva: $120y - xy - 25 \cdot 120 + 25x = 2000$.	1 pont*	
Az egyik ismeretlent kifejezve: $y = \frac{2000}{x}$.	1 pont*	
Behelyettesítés után: $120 \cdot \frac{2000}{x} + 25x = 7000$.	1 pont*	
Rendezve: $25x^2 - 7000x + 240\,000 = 0$.	1 pont*	
A másodfokú egyenlet két gyöke: $x_1 = 40$ és $x_2 = 240$.	1 pont*	
A 240 nem megoldása a feladatnak, mivel összesen 120 percet beszélt.	1 pont*	
Stefi 40 percet beszélt csúcsidőben mobiltelefonján a kérdéses időszakban.	1 pont	<i>A csúcsidős percdíj 50 Ft, a csúcsidőn kívüli 25 Ft.</i>
Ellenőrzés a szöveg alapján.	1 pont	
Összesen:	11 pont	

*A *-gal jelölt 6 pontot a következő gondolatmenetért is megkaphatja a vizsgázó:*

A zárójeleket felbontva: $120y - xy - 25 \cdot 120 + 25x = 2000$.	1 pont	
$xy = 2000$ -t behelyettesítve és rendezve: $24y + 5x = 1400$	1 pont	
Ebből x -et kifejezve és az első egyenletbe helyettesítve: $(280 - 4,8y)y = 2000$.	1 pont	
Rendezve: $4,8y^2 - 280y + 2000 = 0$.	1 pont	
A másodfokú egyenlet két gyöke: $y_1 = 50$ és $y_2 = \frac{25}{3}$.	1 pont	
A $\frac{25}{3}$ nem megoldása a feladatnak (mert ekkor $y - 25 < 0$ lenne).	1 pont	

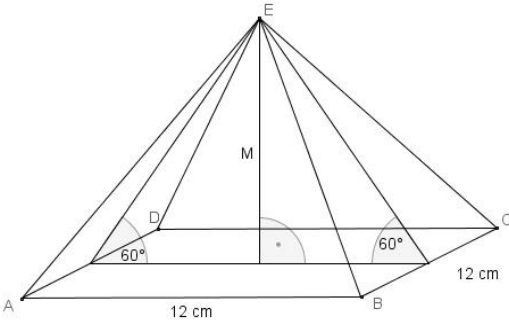
16. a) második megoldás

Jelöljük x -szel azt, hogy Stefi hány percet beszélt csúcsidőben ($0 < x < 120$), ekkor tudjuk, hogy csúcsidőn kívül ($120 - x$) percet töltött telefonálással.	1 pont	
Tudjuk, hogy csúcsidőben és csúcsidőn kívül egyaránt 2000 Ft-ért beszélt, így a percdíj csúcsidőben $\frac{2000}{x}$ Ft,	1 pont	<i>Ez a 3 pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
csúcsidőn kívül pedig $\frac{2000}{120 - x}$ Ft.	1 pont	
A feladat szövege értelmében: $\frac{2000}{x} - 25 = \frac{2000}{120 - x}$.	2 pont	
Mindkét oldalt $x \cdot (120 - x)$ -szel beszorozva: $2000(120 - x) - 25x(120 - x) = 2000x$.	1 pont	
Rendezve: $25x^2 - 7000x + 240\,000 = 0$.	1 pont	
A másodfokú egyenlet két gyöke: $x_1 = 40$ és $x_2 = 240$.	1 pont	
A 240 nem megoldása a feladatnak, mivel összesen 120 percet beszélt.	1 pont	
Stefi 40 percet beszélt csúcsidőben mobiltelefonján a kérdéses időszakban.	1 pont	<i>A csúcsidős percdíj 50 Ft, a csúcsidőn kívüli 25 Ft.</i>
Ellenőrzés a szöveg alapján.	1 pont	
Összesen:	11 pont	

16. b)		
Ha az első hónap után n hónappal az új előfizetők száma már elérte a 20 000-et, akkor $10000 \cdot 1,075^n = 20000$.	1 pont	
(Mivel a tízes alapú logaritmus függvény szigorúan monoton növekvő, ezért)	1 pont	<i>Ha ez a gondolat a megoldás során derül ki, akkor is jár ez a pont.</i>
$n \cdot \lg 1,075 = \lg 2$	1 pont	
$n \approx 9,58$	1 pont	
A bevezetés hónapja utáni 10. hónapban,	1 pont	
tehát novemberben várható, hogy az új előfizetők száma eléri a 20 000-et.	1 pont	
Összesen:	6 pont	

Megjegyzések:

1. Ha a vizsgázó hónapról hónapra (akár ésszerű kerekítésekkel) jól kiszámolja az új előfizetők számát és ez alapján jó választ ad, akkor jár a 6 pont.
2. Ha a vizsgázó megoldása során egyenlőtlenséggel számol egyenlet helyett, akkor a megfelelő pontok járnak.

17. a)		
Jó ábra az adatok feltüntetésével.		
	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha ábra nélkül helyes adatokkal dolgozik a vizsgázó.</i>
A gúla magassága: $M = 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} (= 6\sqrt{3} \approx 10,39)$ (cm).	1 pont	
A gúla oldallapjának a 12 cm-es oldalhoz tartozó magassága szintén 12 cm.	1 pont	
A gúla felszíne: $A = 12^2 + 4 \cdot \frac{12^2}{2} =$	1 pont	
$= 432 \text{ cm}^2$.	1 pont	
A gúla térfogata: $V = \frac{12^2 \cdot 6\sqrt{3}}{3} \approx$	1 pont	
$\approx 499 \text{ cm}^3$.	1 pont	
Összesen:	7 pont	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó valamelyik válaszában nem kerekít vagy rosszul kerekít, akkor a feladatban összesen legfeljebb 1 pontot veszítsen.

17. b) első megoldás		
Az adott sík a gúlát egy csonkagúlára és egy az eredetihez hasonló gúlára vágja szét,	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
ahol a hasonlóság aránya $\lambda = \frac{2}{3}$.	1 pont	
A hasonló testek térfogatának aránya: $\frac{V_{\text{levágott gúla}}}{V_{\text{eredeti gúla}}} = \left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{8}{27}$,	1 pont	
Így a csonkagúla és az eredeti gúla térfogatának aránya 19:27,	1 pont	
azaz a keletkező testek térfogatának aránya 8:19.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

17. b) második megoldás		
(A középpontos hasonlósági transzformáció tulajdonságai miatt) a levágott gúla alapéle $12 \cdot \frac{2}{3} = 8$ (cm), magassága $6\sqrt{3} \cdot \frac{2}{3} = 4\sqrt{3} (\approx 6,93 \text{ cm})$,	1 pont	
térfogata: $V = \frac{8^2 \cdot 4\sqrt{3}}{3} (\approx 147,8 \text{ cm}^3)$.	1 pont	
$\frac{V_{\text{levágott gúla}}}{V_{\text{eredeti gúla}}} = \frac{8^2 \cdot 4}{12^2 \cdot 6} = \frac{8}{27}$,	1 pont	
Így a csonkagúla és az eredeti gúla térfogatának aránya 19:27,	1 pont	
azaz a keletkező testek térfogatának aránya 8:19.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

17. c) első megoldás		
(A középpontos hasonlósági transzformáció tulajdonságai miatt) a csonkagúla fedőéle $12 \cdot \frac{2}{3} = 8$ (cm), alapéle 12 cm.	1 pont	
Egy oldallapjának magassága $12 \cdot \frac{1}{3} = 4$ (cm).	1 pont	
Egy oldallapjának területe: $T = \frac{12+8}{2} \cdot 4 = 40$ (cm ²).	1 pont	
A csonkagúla felszíne: $A = 12^2 + 8^2 + 4 \cdot 40 =$	1 pont	
$= 368 \text{ cm}^2$.	1 pont	
Összesen:	5 pont	

17. c) második megoldás		
(A középpontos hasonlósági transzformáció tulajdonságai miatt) a csonkagúla fedőéle (egyben a levágott kis gúla alapéle) $12 \cdot \frac{2}{3} = 8$ (cm).	1 pont	
A csonkagúla és a kis gúla felszínének összege (az a) részben kapott eredmény felhasználásával): $432 + 2 \cdot 8^2 = 560$ (cm ²).	1 pont	
A kis gúla hasonló a nagy gúlához, a hasonlóság aránya $\frac{2}{3}$,	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
így a kis gúla felszíne: $432 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = 192$ (cm ²).	1 pont	
A csonkagúla felszíne: $560 - 192 = 368$ cm ² .	1 pont	
Összesen:	5 pont	

18. a)		
Az életkorok átlaga: $\frac{17 \cdot 2 + 18 + 19 + \dots + 25 + 26 + 31}{13} =$	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
$= \frac{289}{13}$ ($\approx 22,23$ év).	1 pont	<i>Más, ésszerűen és helyesen kerekített érték (pl. 22 év) is elfogadható.</i>
Összesen:	2 pont	

18. b)		
(A 13 játékosból 9 olyan van, aki 20 évnél idősebb, így) azoknak az eseteknek a száma, amikor nincs a kiválasztott 7 játékos között 20 évnél fiatalabb: $\binom{9}{7}$.	1 pont	
Azoknak az eseteknek a száma, amikor egy játékos 20 évnél fiatalabb (és 6 játékos 20 évnél idősebb): $\binom{4}{1} \cdot \binom{9}{6}$.	2 pont	
Az A esemény bekövetkezése szempontjából kedvező esetek számát a fenti két szám összege adja:	1 pont	<i>Ez a pont akkor is jár, ha a megoldásból kiderül, hogy a vizsgázó gondolatmenete helyes volt.</i>
$\binom{9}{7} + 4 \cdot \binom{9}{6} = 36 + 336 = 372$.	1 pont	

Az összes esetszám: $\binom{13}{7}$.	1 pont	
A kérdéses valószínűség: $P(A) = \frac{\binom{9}{7} + 4 \cdot \binom{9}{6}}{\binom{13}{7}} =$	1 pont	
$= \frac{372}{1716} (\approx 0,2168)$.	1 pont	
Összesen:	8 pont	

18. c)

(A legidősebb és legfiatalabb játékos életkorának különbsége csak egyféleképpen lehet 12 év, ha) a legidősebb játékos ($a_6 =$) 31,	1 pont	
a legfiatalabb pedig ($a_1 =$) 19 éves.	1 pont	
A móduszból következik, hogy a játékosok közül ketten (a_2 és a_3) 22 évesek.	1 pont	
Mivel hat játékos van, ezért a medián a_3 és a_4 számtani közepe, azaz az egyik játékos ($a_4 =$) 24 éves (és ilyen korú játékos valóban van a csapatban).	2 pont	
Az átlagból következik, hogy $\frac{118 + a_5}{6} = 24$,	1 pont	
vagyis ez a játékos ($a_5 =$) 26 éves (és ilyen korú játékos valóban van a csapatban).	1 pont	
Összesen:	7 pont	

Megjegyzés: Ha a vizsgázó indoklás és ellenőrzés nélkül adja meg a hat játékos életkorát helyesen, akkor 2 pontot kaphat (egy hiba esetén 1 pont jár, több hiba esetén nem jár pont). Ha ellenőrzi is, hogy a megadott adatok valóban megfelelnek a feladat feltételeinek, akkor további 3 pontot kaphat.